

# Faszination Quantentheorie:

## Die paradoxen Vorhersagen der Theorie und ihre Bestätigung durch neuere Experimente

Peter Schmüser, Universität Hamburg

*No one really understands  
quantum physics*

*A paradox is the conflict  
between reality and your feeling  
of what reality ought to be*

Richard P. Feynman

DOI: 10.3204/PUBDB-2026-00737  
© 2015 Peter Schmüser. CC-BY-4.0 license

# Faszination Quantentheorie

Teilchen-Welle-Komplementarität

Doppelspaltexperimente

Welchen Weg nimmt das Teilchen?

Der gleitende Quanten-Klassik-Übergang

Werner Heisenberg's Unbestimmtheitsrelation

H-Atom: Schrödingerbild oder Bohr-Modell?

Fermion oder Boson: Individualist oder Konformist

Überraschungen der relativistischen Quantentheorie

Die komplexe Natur des physikalischen Vakuums

Elektronenwellen in magnetischen Feldern

Schrödingers Katze

Die nichtlokale Natur der Quantenmechanik

# Drei Formeln, die das Weltbild der Physik verändert haben:

**$E = m c^2$  Albert Einstein**

**Relativitätstheorie**

**Energie und Masse sind äquivalent**

- Masse kann in Energie umgewandelt werden (Sonne, Kernreaktor)
- Energie kann in Masse umgewandelt werden (Elementarteilchen)

**$E = h\nu$  Max Planck**

**Die Energie einer Lichtwelle wird von Quanten getragen**

**Lichtquanten = Photonen**

**Quantentheorie**

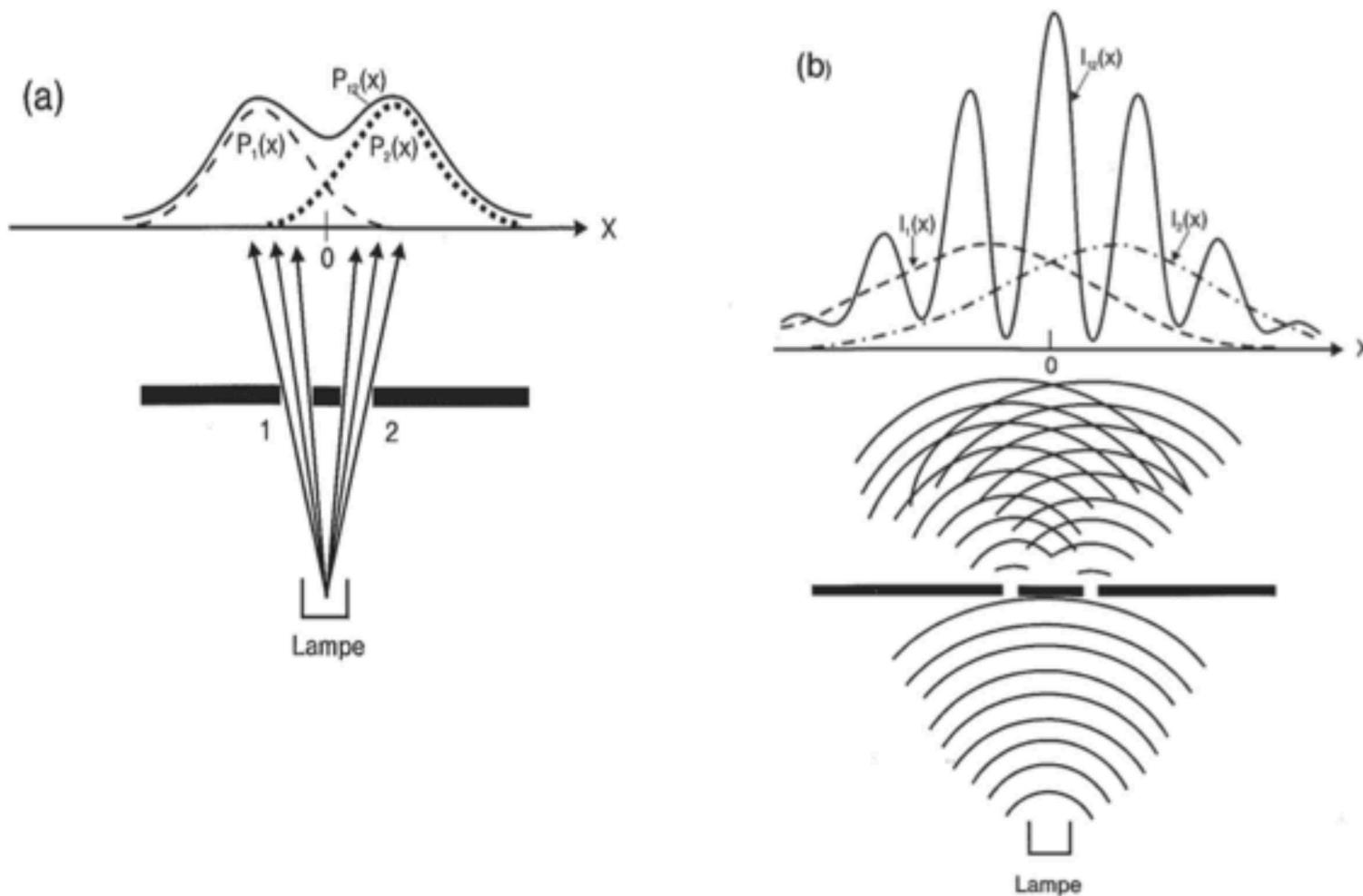
**$\lambda = h / m v$  Louis de Broglie**

**Teilchen (Elektronen, Neutronen, Atome) haben Welleneigenschaften**

**Wellenlänge = Planck-Konstante / Impuls**

**Zwei wichtige Naturkonstanten: Lichtgeschwindigkeit c: sehr gross  
Planck-Konstante h: sehr klein**

# Doppelspaltexperiment mit Teilchen und Wellen



Für viele Jahrzehnte war dies ein **Gedankenexperiment** der Quantentheorie

## Serge Haroche: "Gedankenexperimente werden Wirklichkeit"



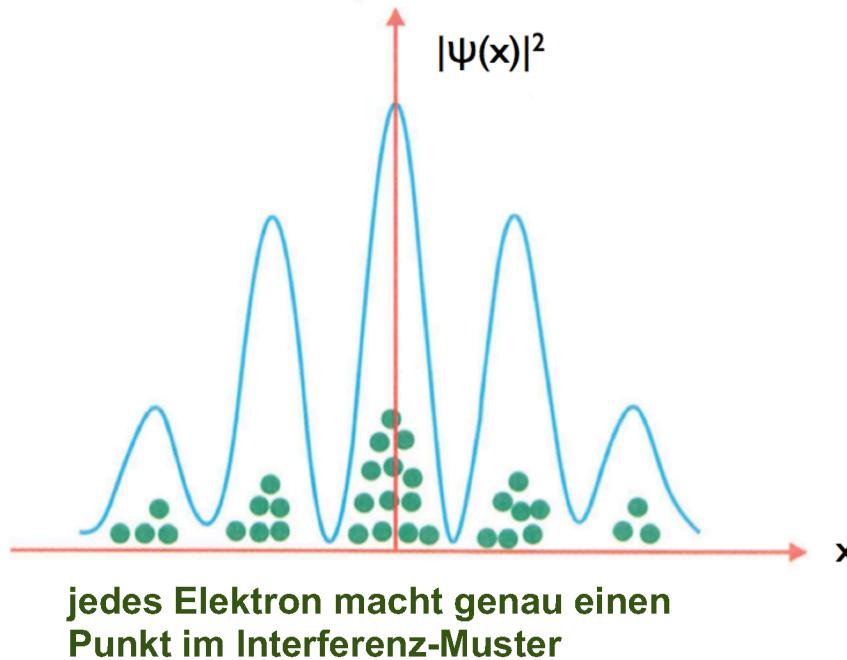
**Doppelspalt-Interferenzen mit Licht und mit Elektronen**  
**(Möllenstedt-Gruppe, Tübingen 1962)**

**Es folgt: Elektronen haben Welleneigenschaften**

**Aber wie zeigt sich ihre Teilchennatur?**

## Statistische Deutung der Quantenmechanik

- a) Berechne die Wellenfunktion durch Lösung der Schrödinger-Gleichung
- b) Quadrieren der Wellenfunktion ergibt die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen an einem bestimmten Ort zu finden



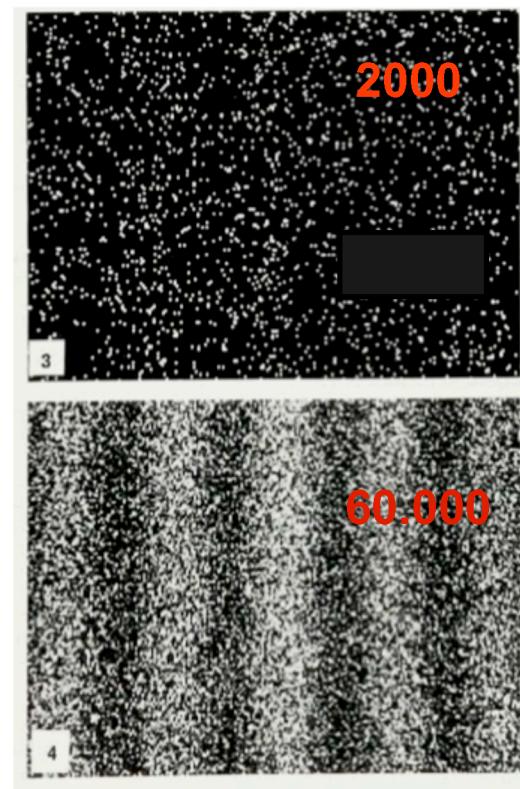
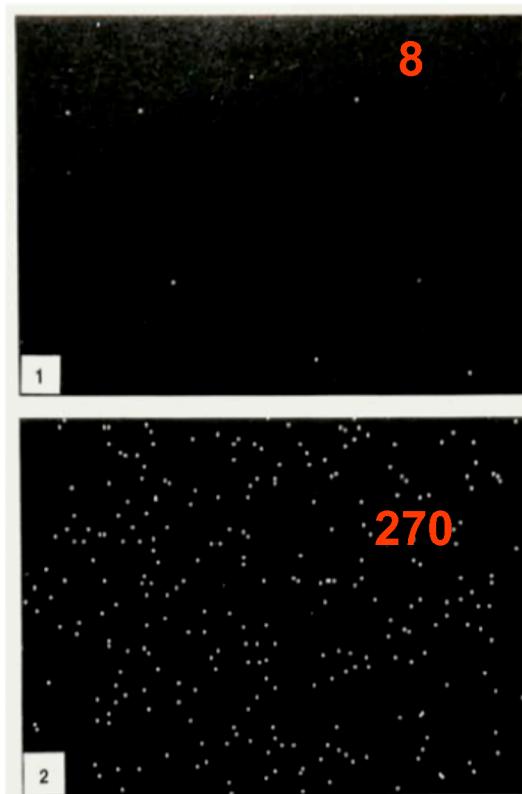
Niels Bohr war ein entschiedener Verfechter der statistischen Interpretation  
"Kopenhagener Deutung" der Quantentheorie

Albert Einstein lehnte sie ab: "Gott würfelt nicht"

Einstein sah natürlich ein, dass die Quantenmechanik außerordentlich erfolgreich war. Er hielt sie jedoch nicht für die endgültige Theorie, sondern glaubte, dass mehr dahinter stecken müsste. Vermutlich dachte er an eine deterministische Theorie.

Ist die statistische Deutung korrekt?  
Antwort: es sieht ganz so aus

Elektroneninterferenzen mit 8, 270, 2000 und 60.000 Elektronen



Akira Tonomura  
Hitachi Research Labs

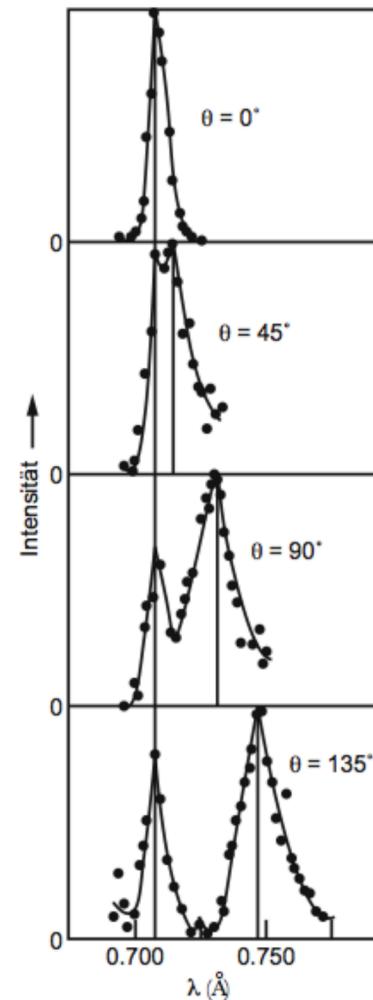
Abbildung 1.4 Beobachtung von Elektroneninterferenzen mit 8, 270, 2000 und 60 000 Elektronen [6]. Wiedergabe mit freundlicher Genehmigung von Dr. Akira Tonomura (Hitachi Research Laboratory) und des Springer-Verlags.

# Was ist Licht, Welle oder Teilchen? Antwort: beides



Albert Rose, Vision: Human and Electronic

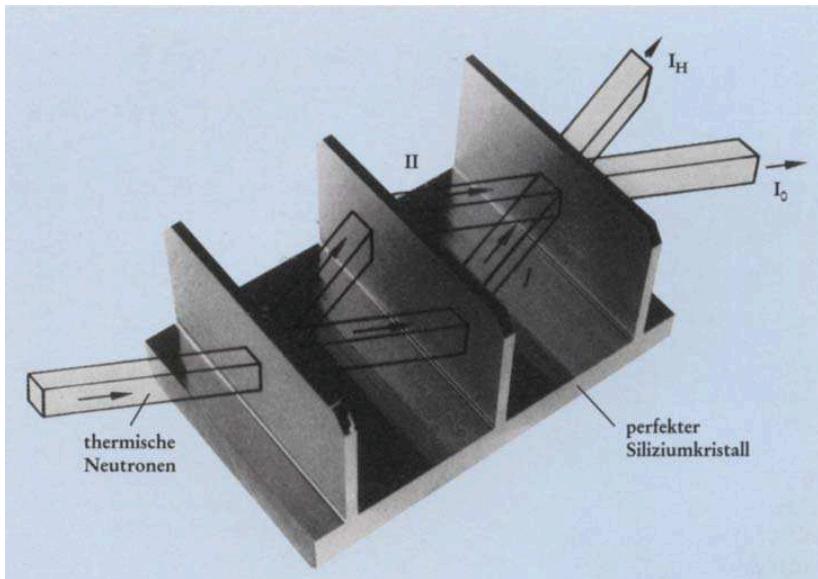
Wiedergabe mit Genehmigung des Springer-Verlags



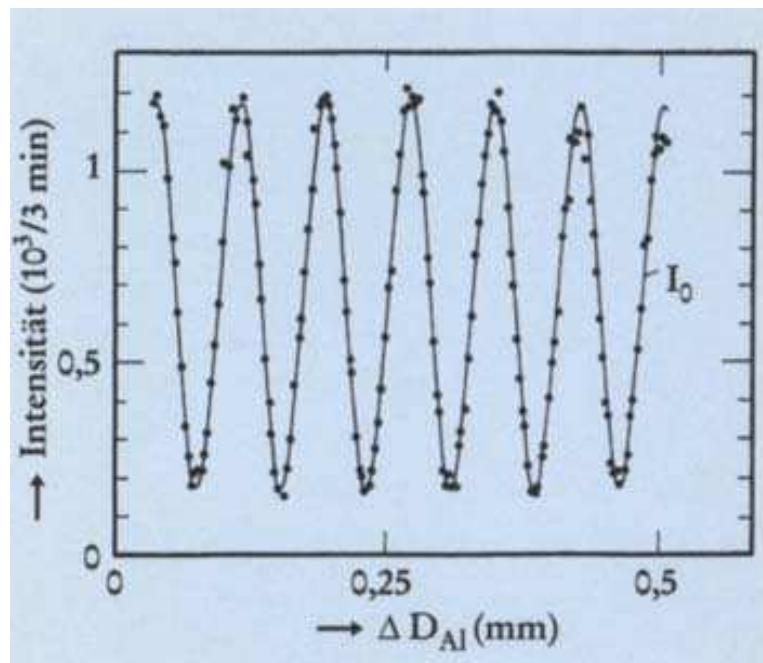
Compton-Streuung

$$\lambda' = \lambda + \frac{2\pi\hbar}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

# Perfektkristall-Interferometer für Neutronen



Helmut Rauch  
Physik in unserer Zeit,  
Nov. 1998



jedes Neutron interferiert mit sich selber,  
nicht mit anderen Neutronen

Abbildung 1.6 Links: Perfektkristall-Neutroninterferometer. Rechts: Interferenzstreifen als Funktion der Dicke der Aluminiumplatte in einem Strahlweg [7]. Wiedergabe mit freundlicher Genehmigung von Prof. Helmut Rauch. Copyright Wiley VHC-Verlag, reproduced with permission.

# Welchen Weg wählt das Teilchen?

**Gedankenexperiment von Heisenberg:** Beobachtung des Elektrons durch Licht. Wellenlänge muss klein gegen Spaltabstand sein. Dann aber ist die Bahnstörung so gross, dass die Interferenz verschwindet. Aber heute weiss man dass die Interferenzen auch dann verschwinden, wenn die Information über den Weg keine Bahnstörung bewirkt (siehe Haroche-Experiment).

Die Interferenzen verschwinden sofort, wenn man den Weg kennt

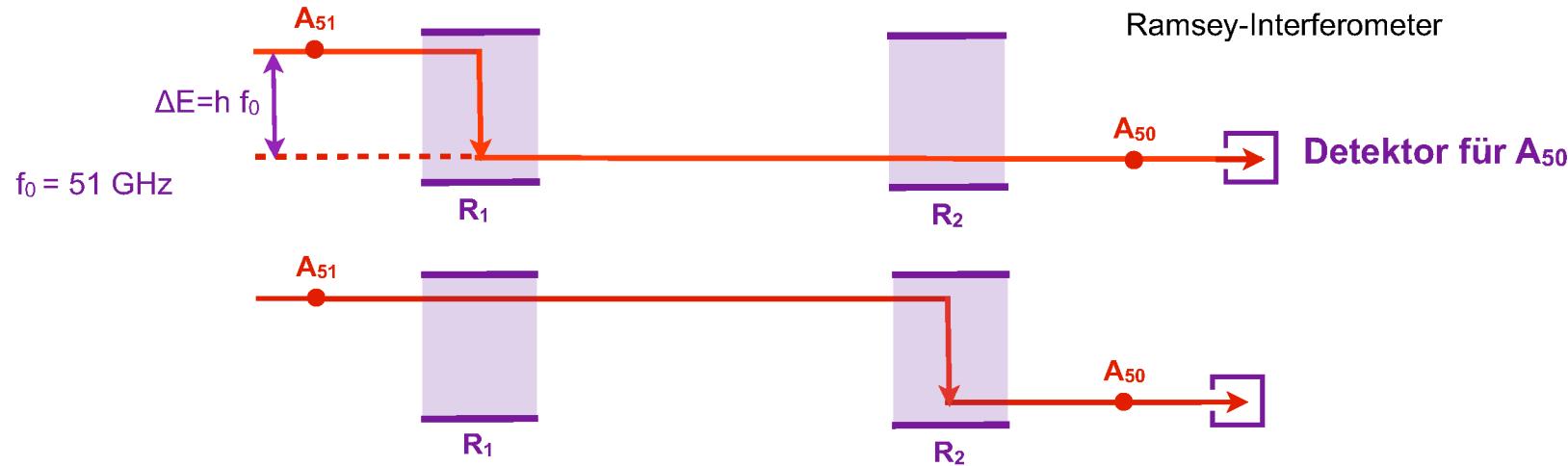
Das Doppelspaltexperiment als Cartoon



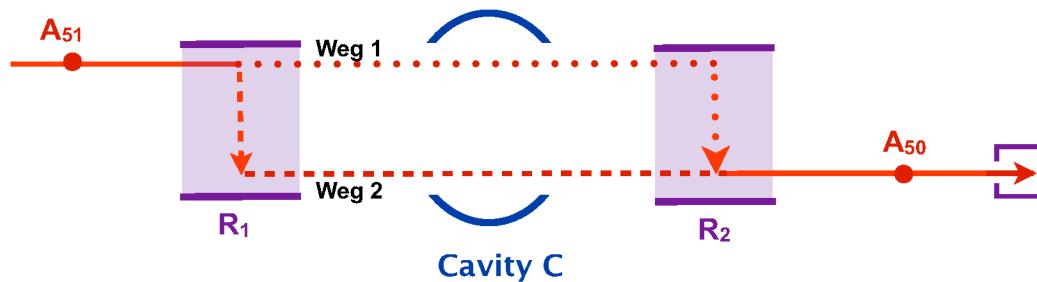
**Helmut Rauch**  
**Physik in unserer Zeit,**  
**Nov. 1998**  
Wiedergabe mit Genehmigung  
von H. Rauch

# Schema des "Doppelspaltexperiments" von Haroche mit Weg-Information

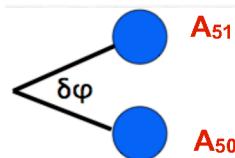
Die Teilchen sind hochangeregte Rubidiumatome mit  $n=51$  oder  $n=50$



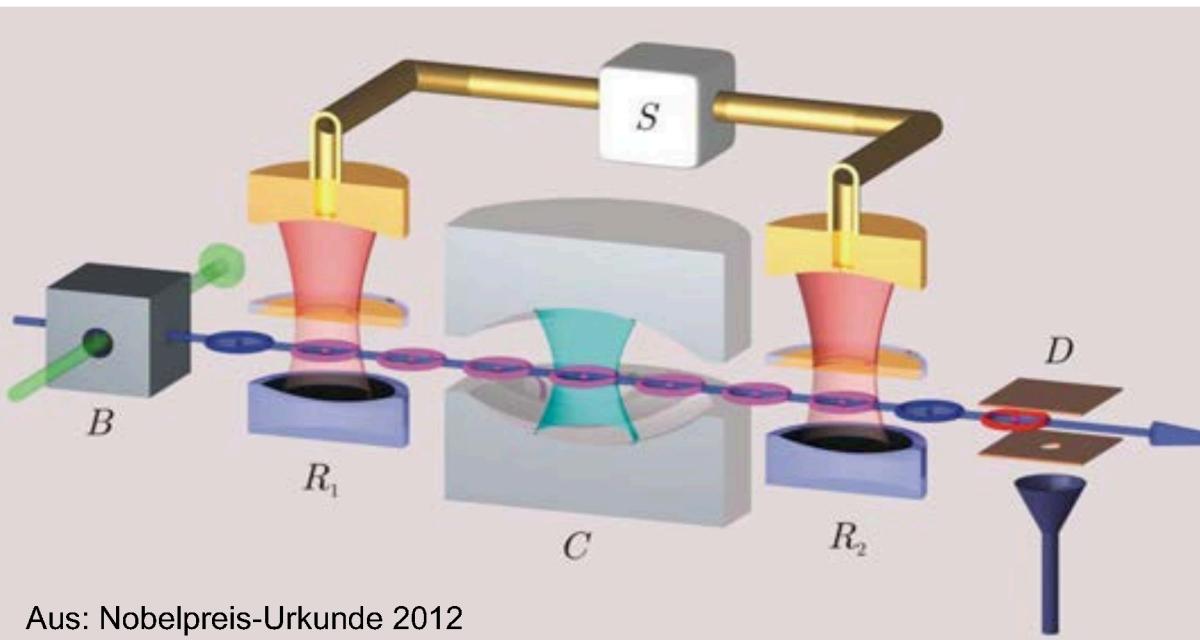
Variables Messgerät: Mikrowellenresonator C mit  $n = 3 \dots 10$  Photonen



Cavity C kann zwischen  $A_{51}$  und  $A_{50}$  unterscheiden  
Verschiedene Phasendrehungen des Mikrowellenfeldes



# Der gleitende Übergang vom Quantenverhalten (Interferenzen) zum klassischen Verhalten (keine Interferenzen)

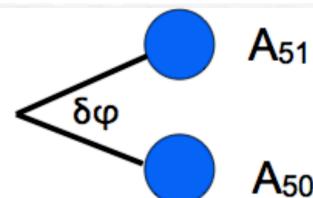


Aus: Nobelpreis-Urkunde 2012

Rubidium-Atome mit  $n=51$  oder  $n=50$

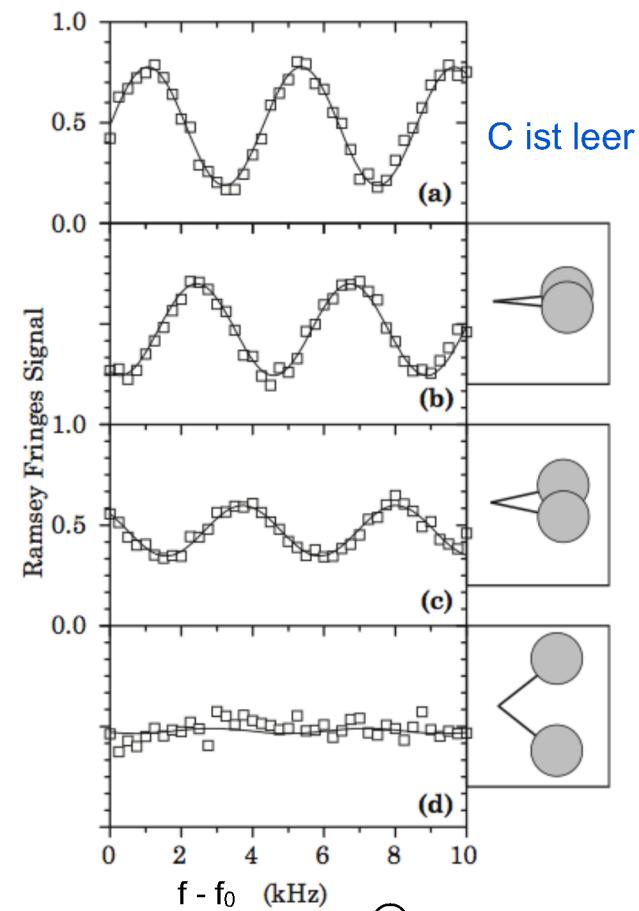
Übergang von  $A_{51}$  nach  $A_{50}$  in  $R_1$  oder  $R_2$  ( $f_0=51$  GHz)

verschiedene Phasenverschiebungen des Mikrowellenfeldes in C durch  $A_{51}$  und  $A_{50}$



**Welcher-Weg-Information ohne Störung der Bahn**

Serge Haroche u. Mitarbeiter

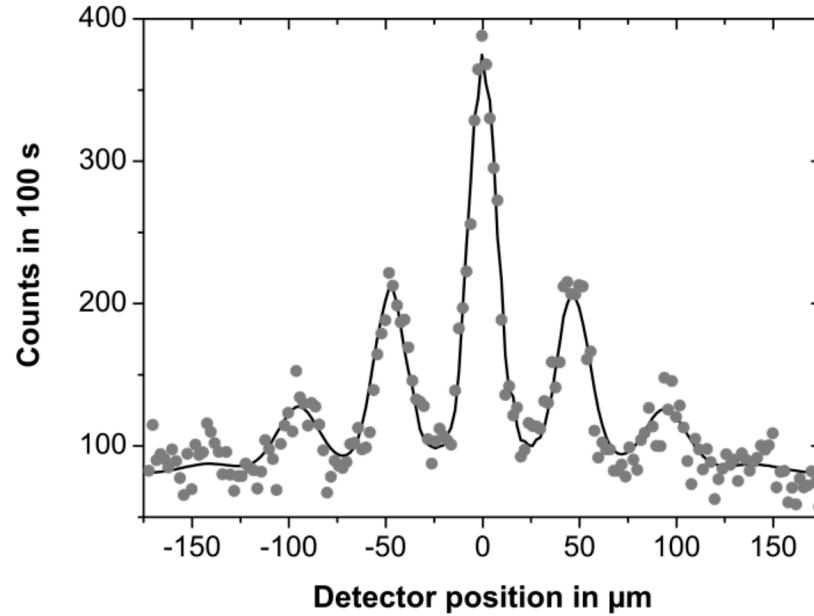


© Amer. Phys. Soc.

S. Haroche in a colloquium in Hamburg, Jan. 1997:

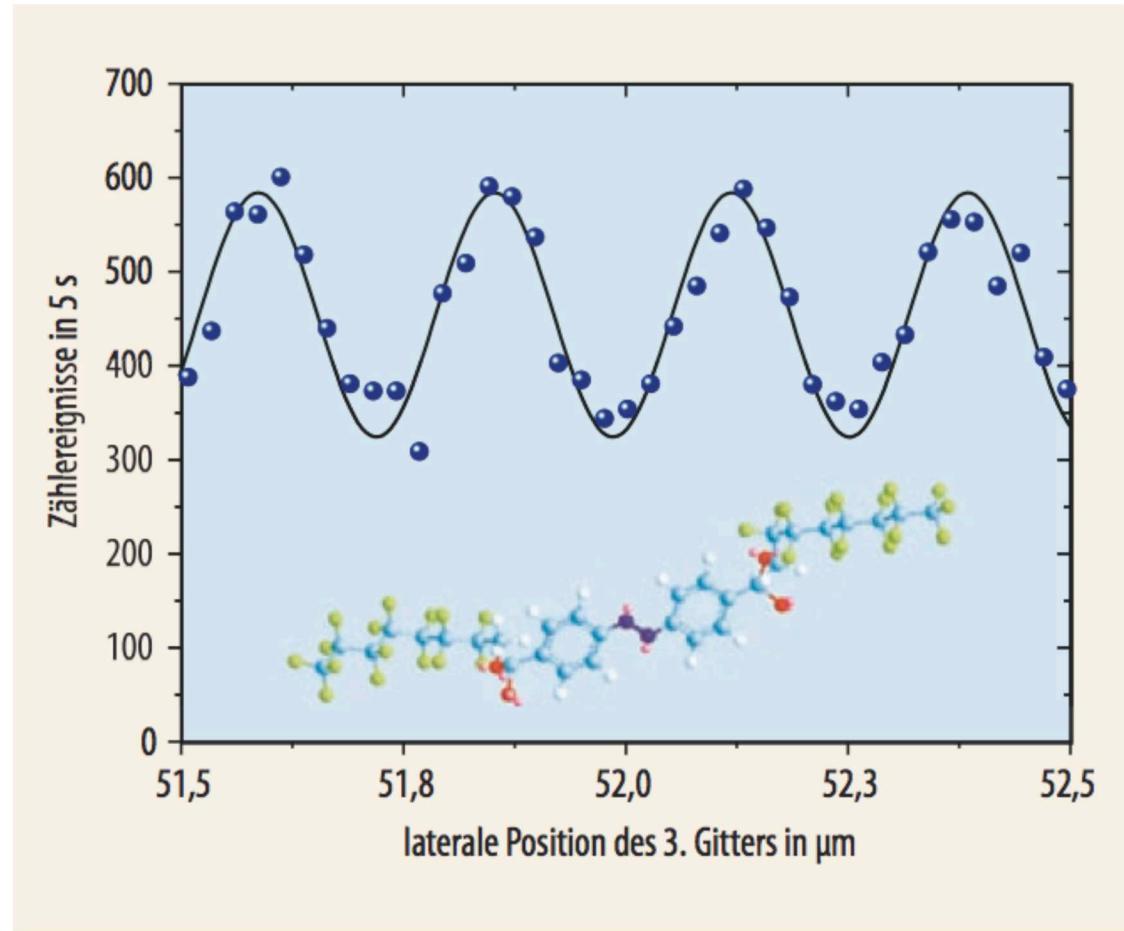
***It is not necessary to actually observe the trajectory in order to suppress the interference. The mere fact that a "trace" of the trajectory is left in the environment and "could be observed" is sufficient.***

# Wie groß dürfen Objekte werden, um noch Interferenzen zu machen? Sind Fußballer erlaubt? Ja, aber nur Mini-Fußbälle: C<sub>60</sub>-Fullerene



Markus Arndt et al., Uni Wien

**Abbildung 1.9** Links: das Fullerene C<sub>60</sub>. Das C<sub>60</sub>-Molekül ähnelt einem Fußball. Es ist innen hohl und hat einen Durchmesser von etwa 0,8 nm. Rechts: beobachtete Interferenzen mit C<sub>60</sub>-Molekülen der mittleren Geschwindigkeit  $136 \pm 3$  m/s [9]. Abdruck mit freundlicher Genehmigung von Prof. M Arndt, Universität Wien. Copyright 2003 American Association of Physics Teachers, reproduced with permission.

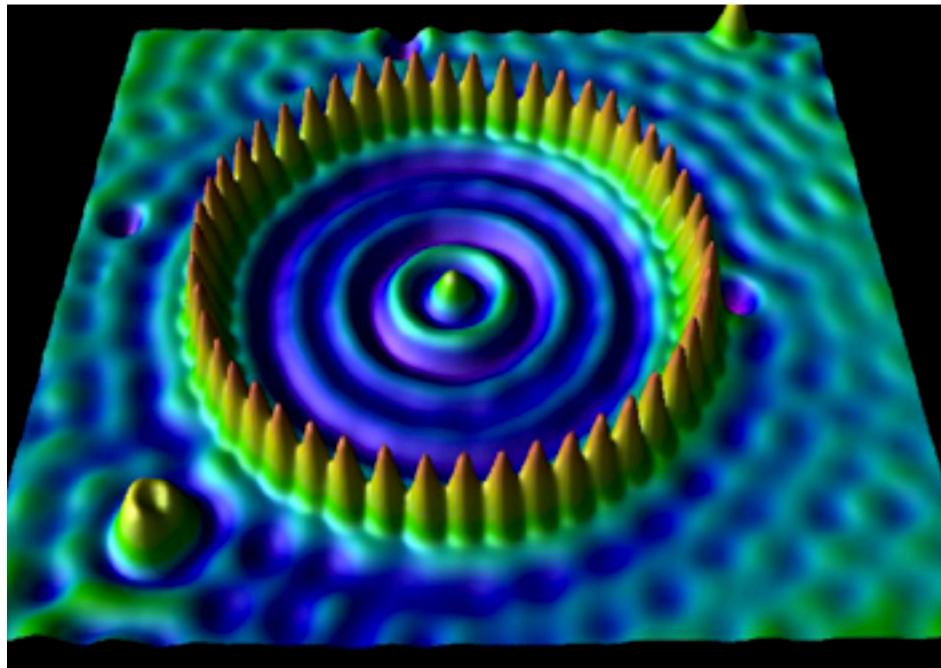


**Abbildung 1.10** Gemessenes Interferogramm für das Makromolekül  $C_{30}H_{12}F_{30}N_2O_4$  [10]. Die im unteren Teil des Bildes gezeigten Moleküle wurden von Prof. M. Mayor an der Univ. Basel synthetisiert. Abdruck mit freundlicher Genehmigung von Prof. M Arndt, Universität Wien. Copyright Wiley VCH-Verlag, reproduced with permission.

# Der Quantencorral

(Don Eigler, IBM)

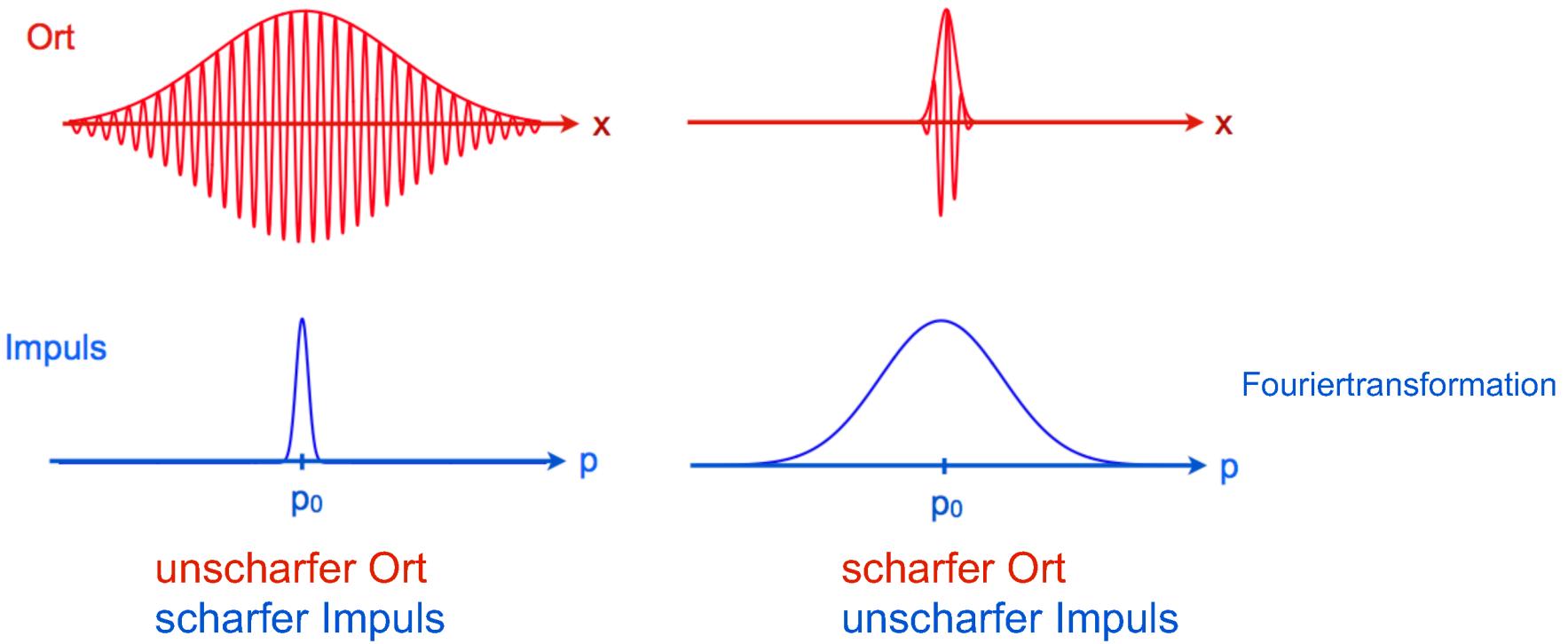
**Wellennatur der Elektronen direkt sichtbar**  
abgetastet mit Raster-Tunnelmikroskop



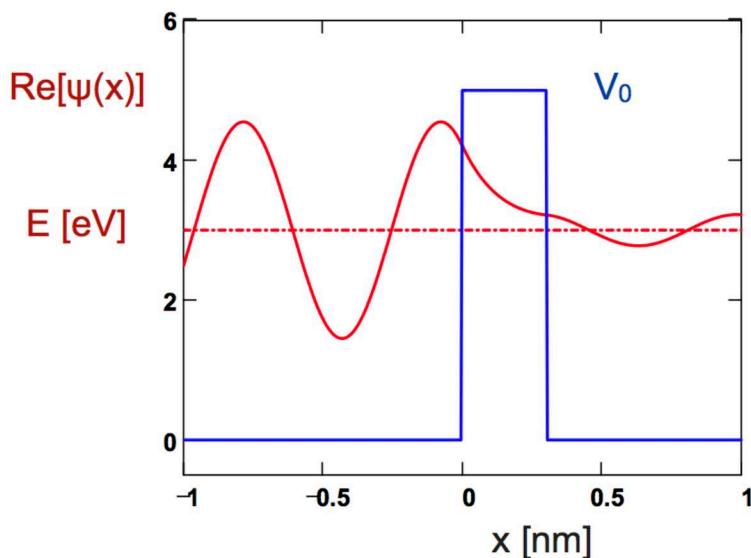
**Abbildung 1.13** Eine stehende Elektronenwelle innerhalb eines Ringes von 48 Eisenatomen auf einer Kupferoberfläche. (Wiedergabe mit freundlicher Genehmigung von Dr. Don Eigler, IBM-Forschungslabor Almaden. Image originally created by IBM Corporation.) Zur theoretischen Beschreibung der stehenden Elektronenwelle siehe Anhang B.4.

# Die Unbestimmtheitsrelation von Werner Heisenberg

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$$



# Der Tunneleffekt



Historisch wichtig: Erklärung des  $\alpha$ -Zerfalls

Neue Anwendung: Raster-Tunnelmikroskop

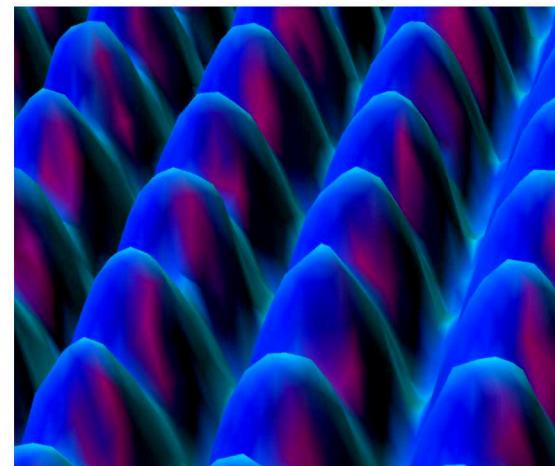
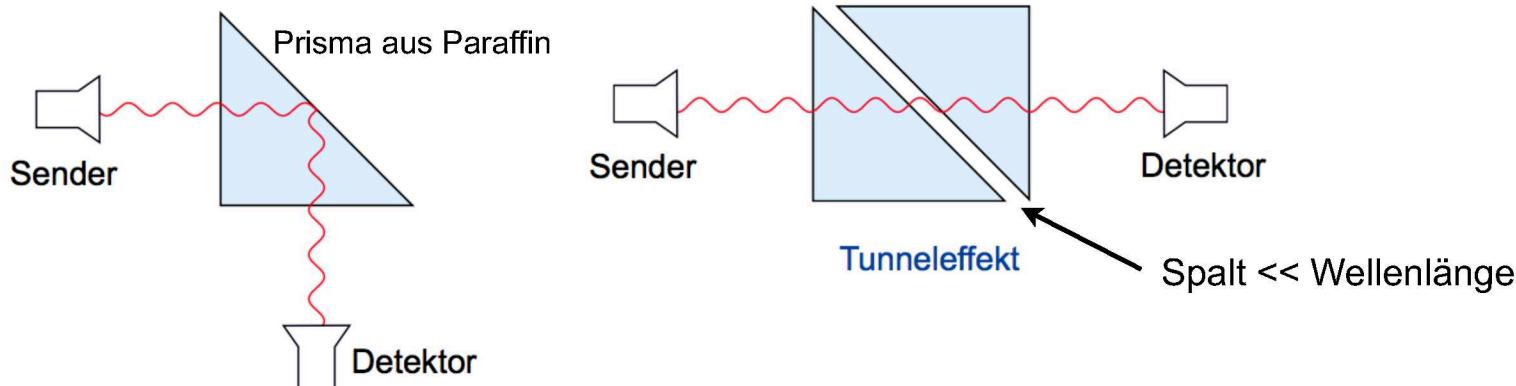


Abbildung 3.9 Die Oberfläche eines Nickel-Einkristalls, abgetastet mit einem Rastertunnelmikroskop. (Wiedergabe mit freundlicher Genehmigung von Don Eigler, IBM-Forschungslabor Almaden. Image originally created by IBM Corporation.)

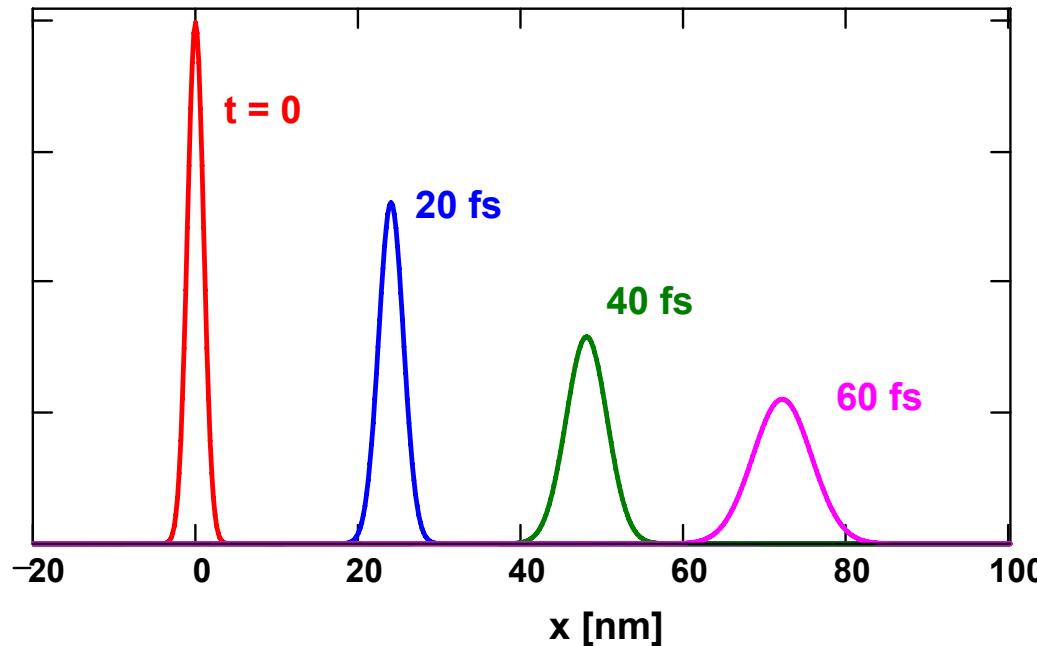
## Schulversuch zum Tunneleffekt mit Mikrowellen



# Beschreibung eines freien Elektrons durch ein Wellenpaket

Anfangsbreite 1 Nanometer

$$\sigma_0 = 1 \text{ nm}, E = 4 \text{ eV}$$



Das "Zerfließen" des Wellenpakets ist ein ernsthaftes Problem, vor dem Schrödinger kapitulierte. Bei kritikloser Anwendung der Quantenmechanik hätte das Wellenpaket nach 1 Sekunde eine Breite von 58 Kilometern!

Lösung des Problems (ca 1980 gefunden, Joos, Zeh, Zurek und andere):

**Dekohärenz** infolge ständiger "Beobachtung" des Teilchens durch die Umgebung  
Das Wellenpaket wird immer wieder neu geformt und zerfließt viel weniger

# Atombau und Spektrallinien



Sonnenlicht



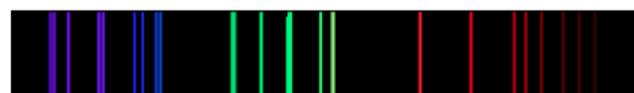
Wasserstoff



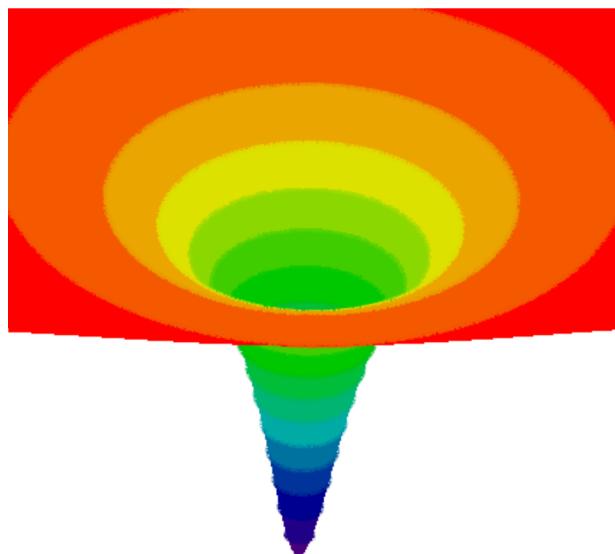
Helium



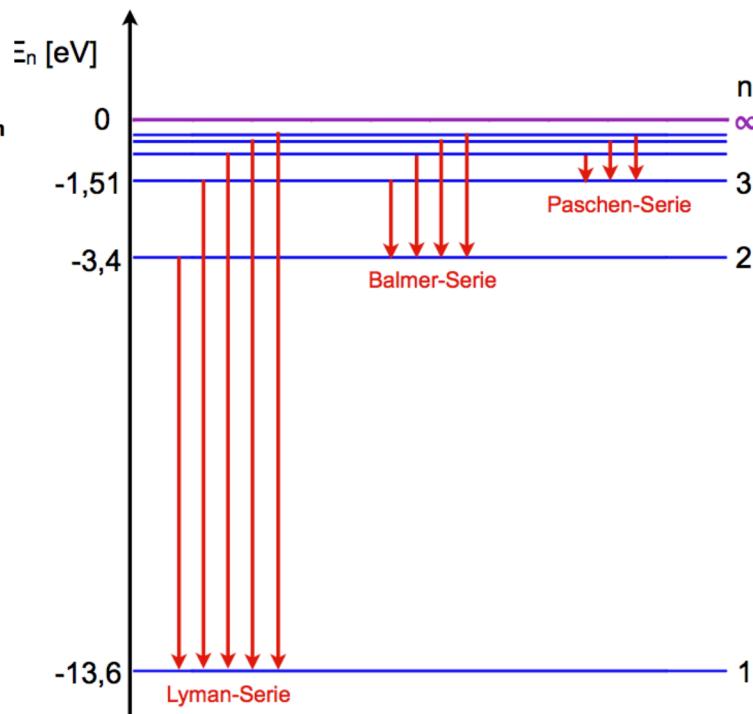
Lithium



Magnesium



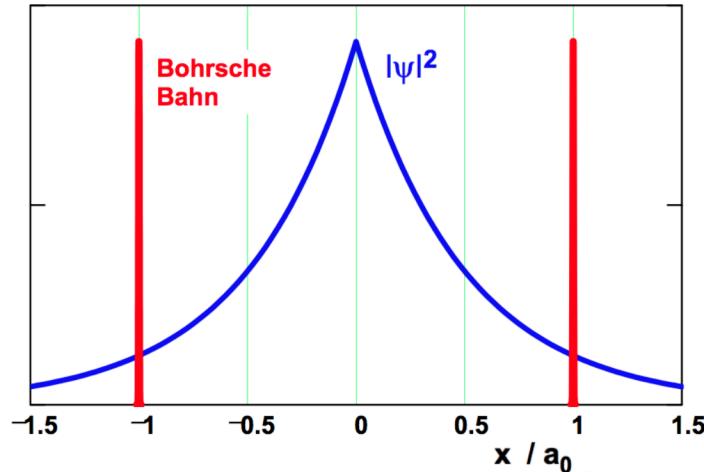
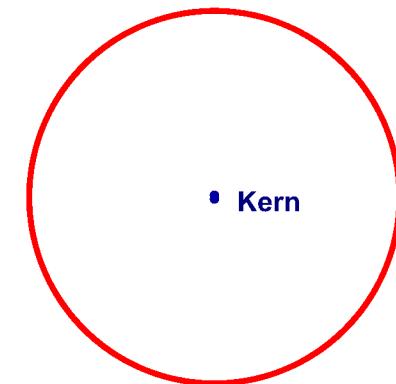
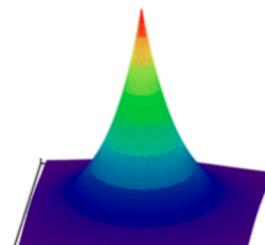
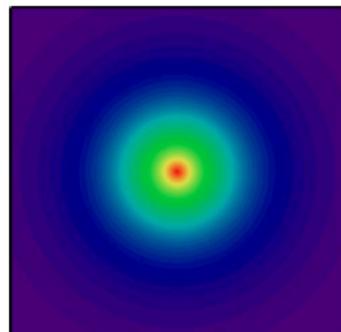
$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_0} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}$$



## Schrödinger-Bild des H-Atoms

oder

## Bohrsches Atom-Modell?

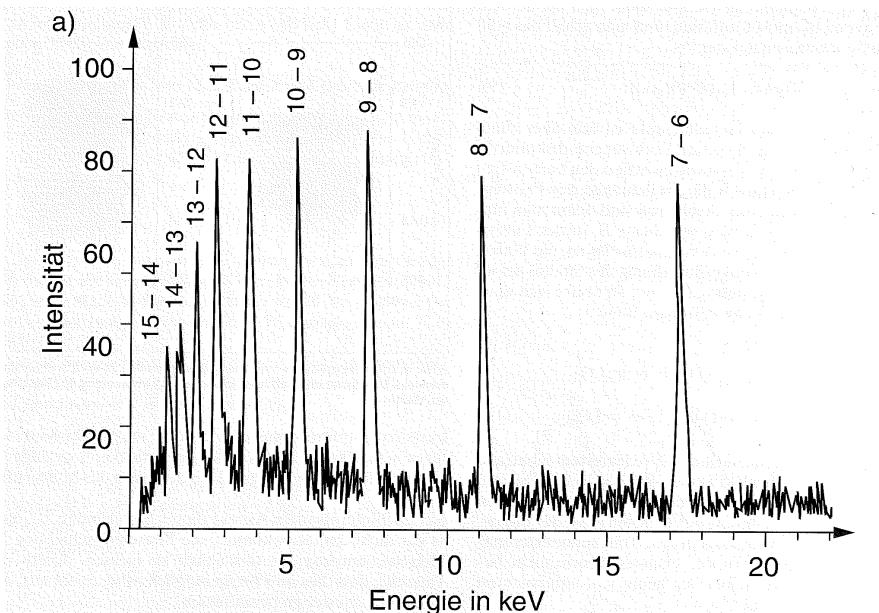


wasserstoffähnliche "Atome"

Positronium (Positron-Elektron-Atom),  
Antiprotonium (Proton-Antiproton-Atom)

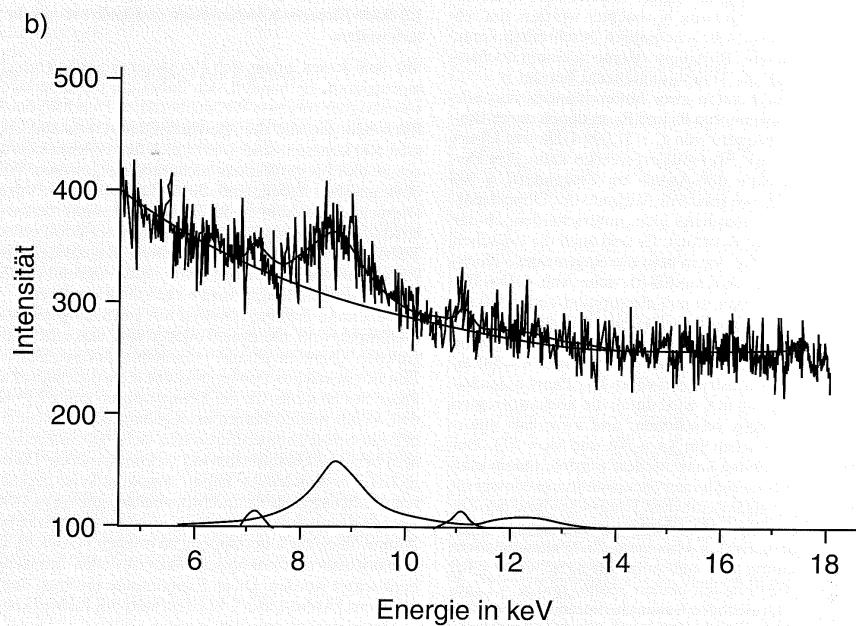
Man beobachtet Annihilation im Grundzustand

Unmöglich im Bohr-Atom, aber hohe Wahrscheinlichkeit im Schrödinger-Atom, da  $\psi(0)$  nicht null ist



## Spektrallinien des antiprotonischen Neonatoms

Übereinstimmung mit Bohr-Modell und mit Schrödinger-Gleichung



Verbreiterung der Spektrallinie für den Übergang  
 $2p \rightarrow 1s$   
im antiprotonischen Wasserstoff

L. M. Simons, Phys. Blätter 48 (1992), S. 261

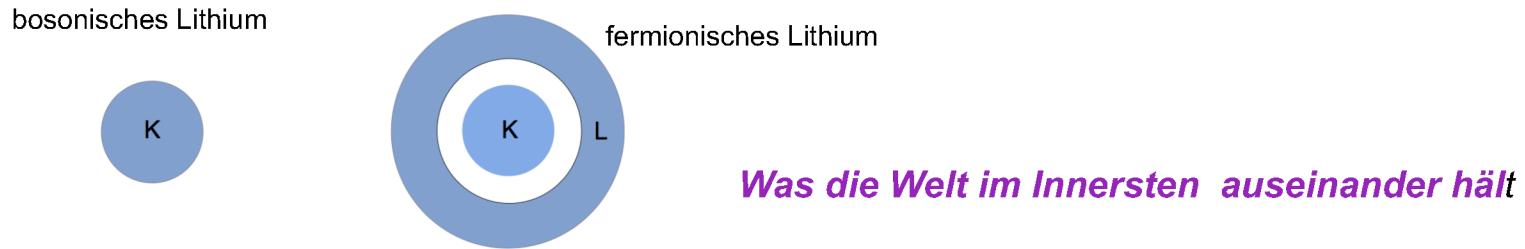
## Fermionen (Spin 1/2, 3/2,..) maximal ein Fermion pro Quantenzustand

Antisymmetrische Gesamtwellenfunktion  $\psi_A(2, 1) = -\psi_A(1, 2)$

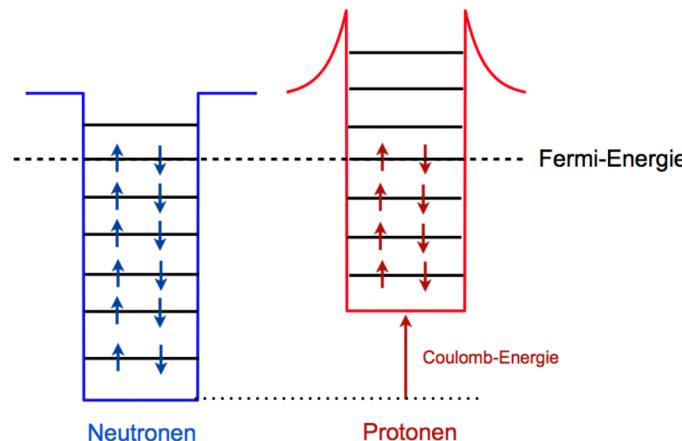
**Fermionen sind extreme Individualisten**

### Eine Welt ohne Pauli-Prinzip? Lieber nicht!

- 1) Alle Elektronen würden in die K-Schale gehen, schwere Atome wären sehr klein, Materie wäre extrem dicht



- 2) Noch viel schlimmer: in schweren Atomkernen würden sich alle Protonen durch Beta-Zerfall in Neutronen umwandeln: es gäbe gar keine schweren Atome



**Bosonen (Spin 0, 1,..) gehen bevorzugt in den exakt den gleichen Quantenzustand**

**Symmetrische Gesamtwellenfunktion**  $\psi_S(2, 1) = +\psi_S(1, 2)$

**Bosonen sind extreme Konformisten**

**Wichtige Beispiele:**

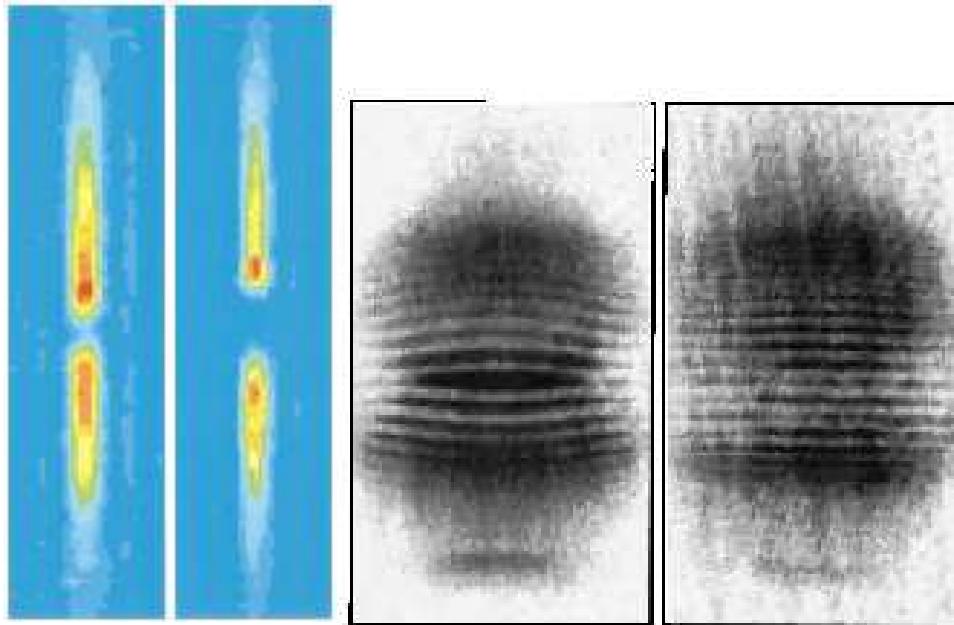
**Photonen**

**Bose-Statistik ist Grundlage der stimulierten Emission und des Lasers**

**Cooperpaare bilden eine makroskopische Wellenfunktion im Supraleiter**

## Bose-Einstein-Kondensation

### Makroskopische Interferenz von Materiewellen



**Wolfgang Ketterle**

**Abbildung 1.11** Linke Seite: Phasenkontrast-Aufnahmen von zwei getrennten Bose-Einstein-Kondensaten, bestehend aus Natrium-Atomen [11]. Die Breite der Kondensate beträgt etwa 20  $\mu\text{m}$ . Rechte Seite: beobachtete Interferenzen bei der Überlappung der beiden Kondensate. Bildwiedergabe mit freundlicher Erlaubnis von Prof. Wolfgang Ketterle und Science. Copyright 1997 AAAS.

# Die Überraschungen der relativistischen Quantentheorie und der Quantenfeldtheorie

Existenz der Antiteilchen

Spin 1/2 des Elektrons und der Quarks

"anomales" magnetisches Moment des Elektrons  
Erklärung des Permanentmagnetismus

Vakuumfluktuationen, Higgs-Teilchen

# Relativistische Verallgemeinerung der Schrödingergleichung

$$\widehat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} , \quad \widehat{p} = -i\hbar \nabla$$

Energie- und Impulsoperator

(a) nichtrelativistisches freies Teilchen

$$E = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} , \quad i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 \psi \quad \text{Schrödingergleichung}$$

(b) relativistisches freies Teilchen

$$E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad -\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\hbar^2 c^2 \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + m_0^2 c^4 \psi \quad \text{Klein-Gordon-Gleichung}$$

$$\psi_p(\mathbf{r}, t) = A \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \exp(-i\omega t) , \quad \psi_n(\mathbf{r}, t) = A \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \exp(+i\omega t)$$

$$\widehat{E} \psi_p = +\sqrt{c^2 \mathbf{p}^2 + m_0^2 c^4} \psi_p$$

positive Energie

$$\widehat{E} \psi_n = -\sqrt{c^2 \mathbf{p}^2 + m_0^2 c^4} \psi_n$$

negative Energie

## Paul Dirac: Konstruktion einer relativistischen Wellengleichung, die von erster Ordnung in der Zeit ist

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\hbar c \left( \alpha_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial \psi}{\partial y} + \alpha_3 \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \beta m_e c^2 \psi$$

Die **Dirac-Gleichung** hat vier Lösungen:

Die Koeffizienten  $\alpha_i$  und  $\beta$  sind 4x4-Matrizen

### positive Energie

$$\psi_1 = \exp(-i\omega_0 t) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_2 = \exp(-i\omega_0 t) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

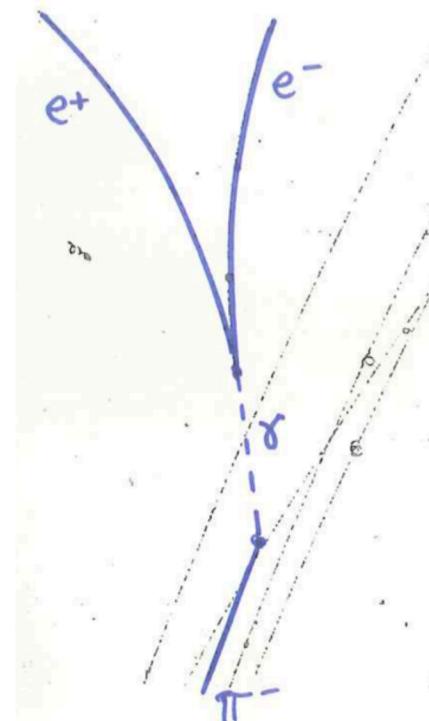
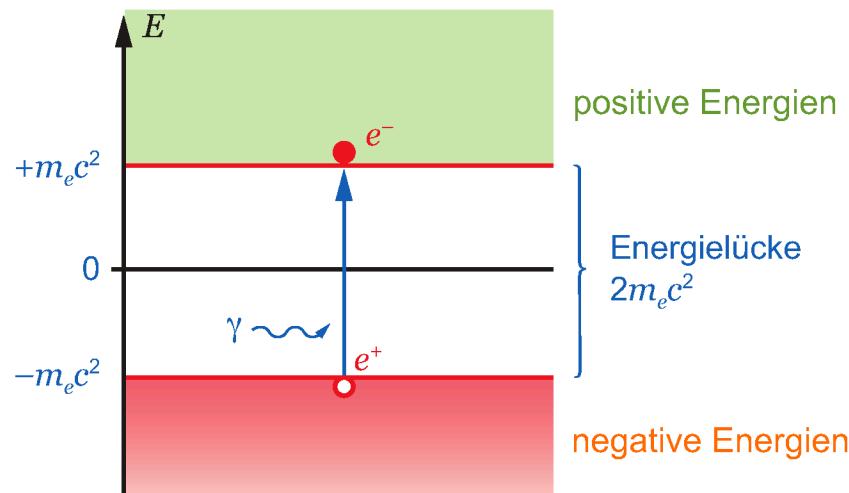
### negative Energie

$$\psi_3 = \exp(+i\omega_0 t) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_4 = \exp(+i\omega_0 t) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

*It was found that this equation gave the particle a spin of half a quantum. And also gave it a magnetic moment. It gave us the properties that one needed for an electron. That was really an unexpected bonus for me, completely unexpected.*

# Wellenfunktionen mit negativer Energie? Umdeutung als Antiteilchen

## Dirac-Bild des Positrons



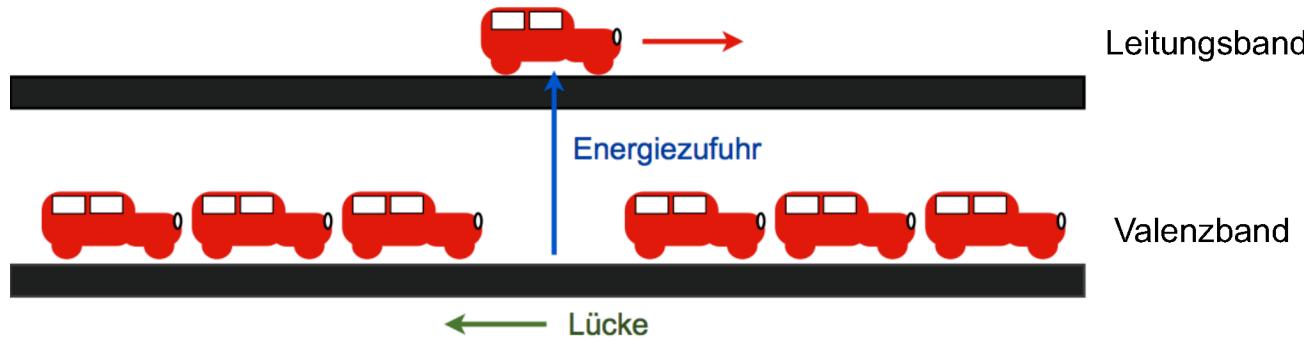
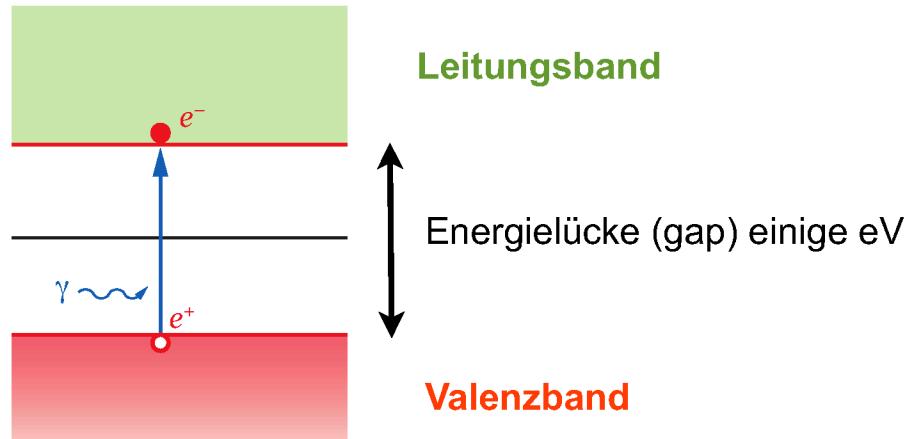
Elektron-Positron-Paarerzeugung  
in einer Blasenkammer

Feynman-Interpretation der Wellenfunktionen negativer Energie.  
Die Wellenfunktionen  $\psi_3$  und  $\psi_4$  haben keine direkte physikalische  
Relevanz. Sie gewinnen sie durch den Übergang zum konjugiert Komplexen.  
Die Funktionen  $\psi_3^*$  und  $\psi_4^*$  kann man im wesentlichen als Wellenfunktionen der  
Positronen interpretieren. Anwendung des Energieoperators ergibt positive  
Energiewerte.  
Die Dirac-Gleichung beschreibt sowohl Elektronen wie Positronen und auch  
Elektron-Positron-Paarerzeugung und -Paarvernichtung.

Für Details siehe P. Schmüser, Feynman-Graphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker,  
Springer 1995

# Dirac-Bild für Halbleiter

Warum verhält sich ein Loch im Valenzband wie eine positive Ladung?



# Das anomale magnetische Moment des Elektrons

$$\mu_e = -\frac{e\hbar}{2m_e} \equiv -\mu_B$$

$$\mu_e = -g \cdot \frac{e}{2m_e} \cdot \frac{\hbar}{2}$$

Vorhersage der Dirac-Gleichung

eine rotierende geladene Kugel mit Spin 1/2 hätte  $\mu_e = -\mu_B/2$

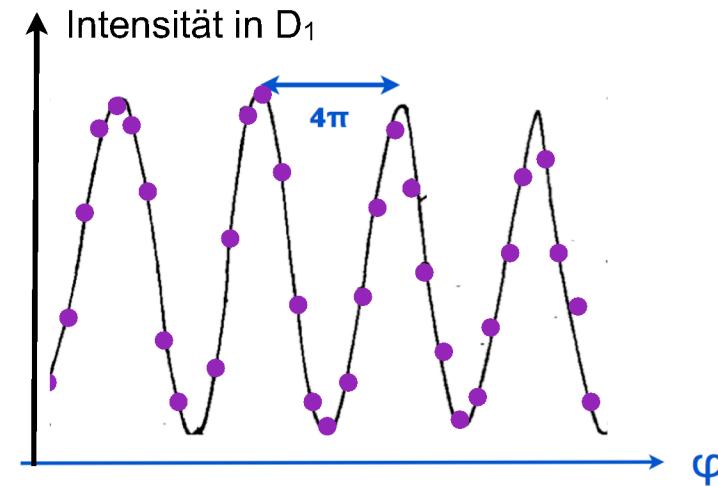
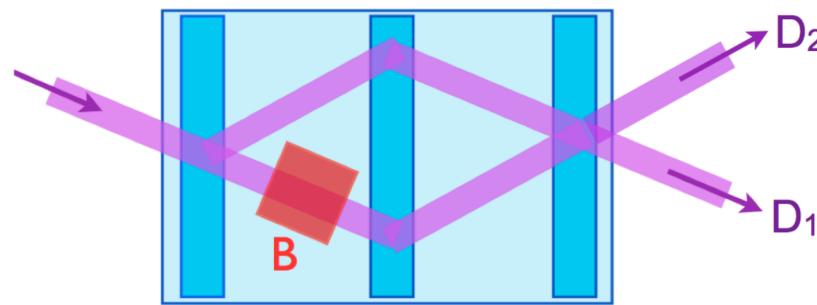
## Die unglaubliche Präzision der QED-Rechnung und der Experimente:

$$(g - 2)/2 = (1159,65218076 \pm 0,00000027) \cdot 10^{-6}$$

## Die skurrile $2\pi$ -Rotations-Antisymmetrie der Dirac-Spinoren

Gemessen mit Neutroneninterferenzen (H. Rauch et al.)

Gezeichnet mit Genehmigung nach einer Abbildung von H. Rauch



# Elektronenwellen in magnetischen Feldern

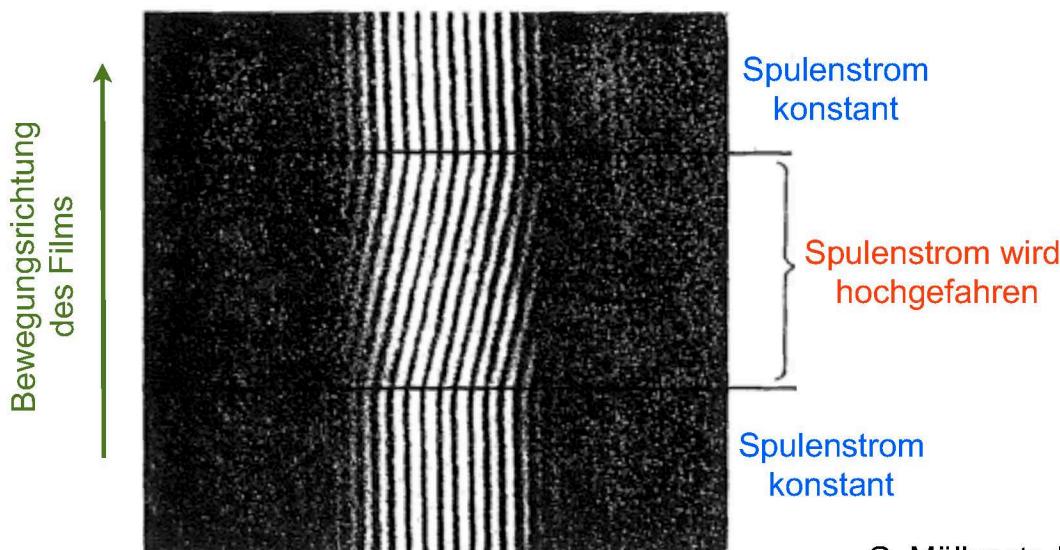
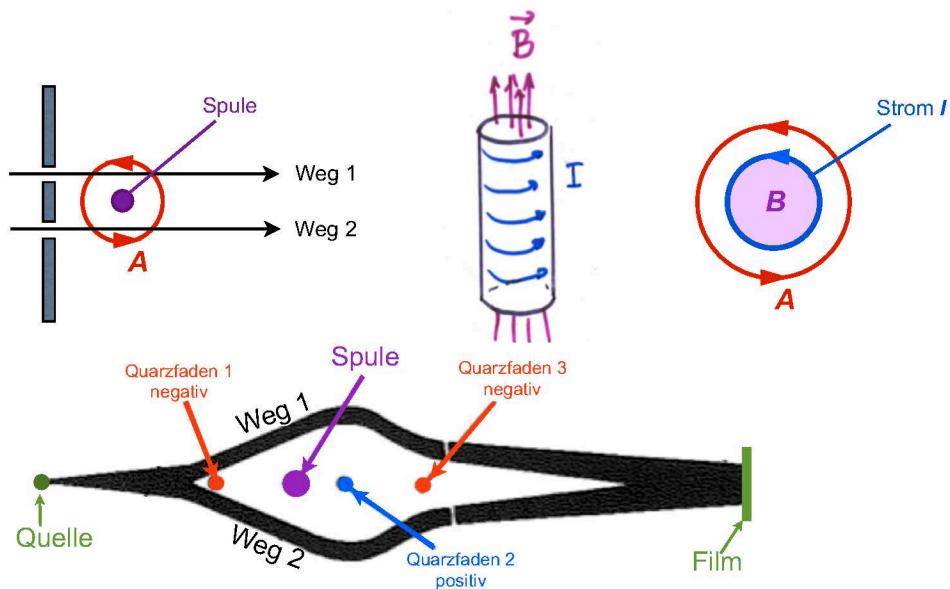
**Aharonov-Bohm-Effekt** (schon früher entdeckt durch Ehrenberg, Siday)

Ein Magnetfeld (genauer das magnetische Vektorpotential  $\mathbf{A}$ ) ändert die de-Broglie-Wellenlänge von Elektronen

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_e v - e A}$$

Fundamentale Bedeutung in der Quantenelektrodynamik QED und der Eichtheorie der elektro-schwachen Wechselwirkung

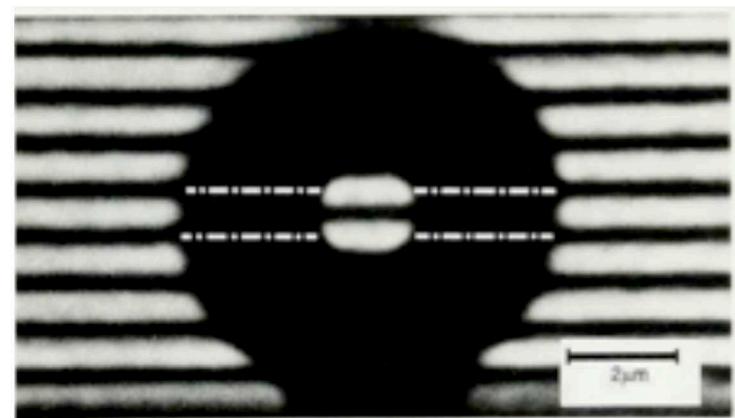
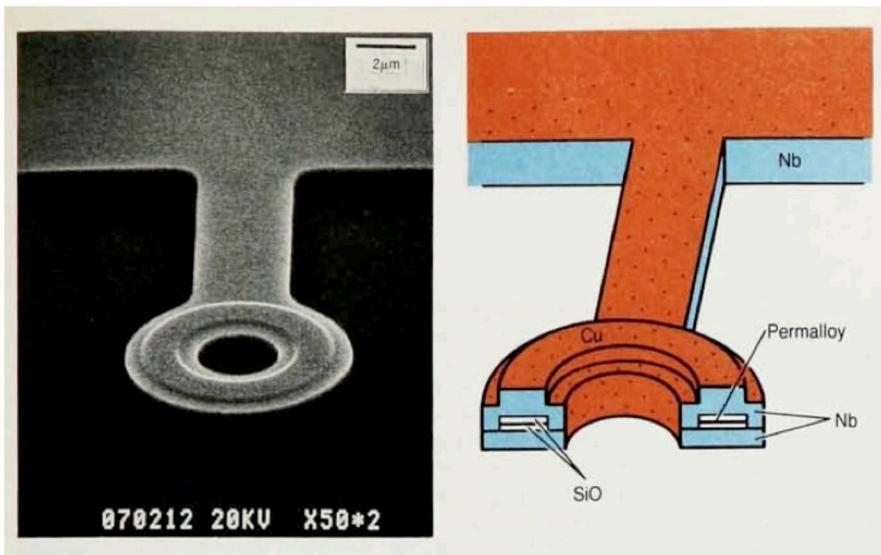
# Experimenteller Nachweis des Aharonov-Bohm-Effekts



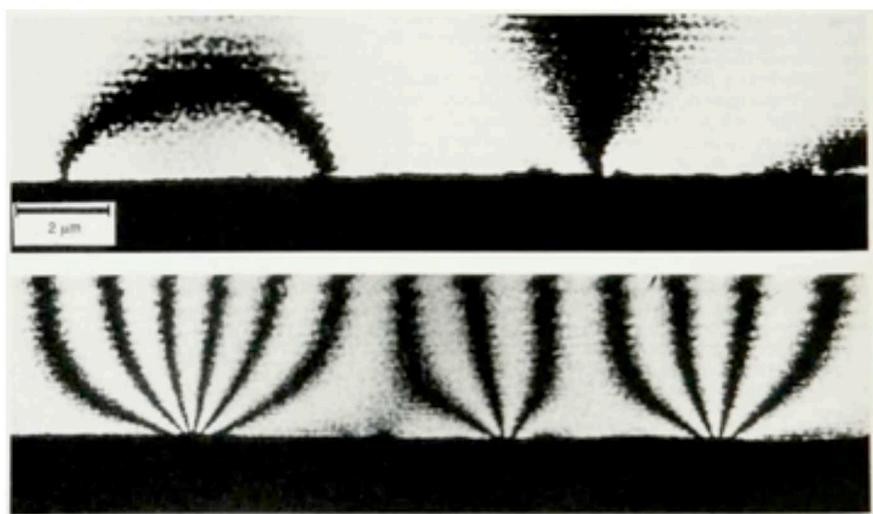
G. Möllenstedt, W. Bayh, Phys. Blätter 18 (1962), S. 299

# Experimente zum Aharonov-Bohm-Effekt mit Elektronen holografie

Akira Tonomura



beachten: Verschiebung des Interferenzstreifens in der Ringöffnung

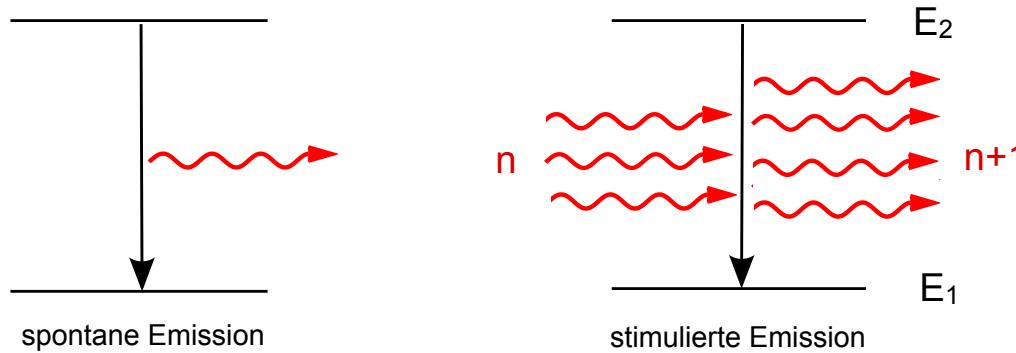


magnetic field lines emerging from a superconductor

# Die komplexe Natur des Vakuums

- (a) **Vakuumfluktuationen** "triggern" spontane Quantenübergänge
- (b) **Higgsfeld** schirmt schwache Wechselwirkungen ab und gibt den Feldquanten W und Z eine grosse Masse (und auch den Elementarteilchen)
- (c) Casimir-Kraft und weitere Effekte

## (a) Spontane und stimulierte Emission von Strahlung durch Atome



Die stimulierte Emission von Strahlung durch Atome kann mit der Schrödinger- oder Dirac-Gleichung unter Benutzung der Störungstheorie berechnet werden.

**Es gibt keine spontane Emission in der Quantenmechanik**  
**Man braucht dafür die Quantenfeldtheorie**

# Quantentheorie des elektromagn. Strahlungsfeldes (QED)

Das elektromagnetische Strahlungsfeld wird als Ensemble von unendlich vielen harmonischen Oszillatoren behandelt.

**Grundzustand (Vakuum):** Zustand der niedrigsten Energie des Feldes.

Die **Nullpunktsschwingungen** sind immer vorhanden und lassen sich nicht abschalten.

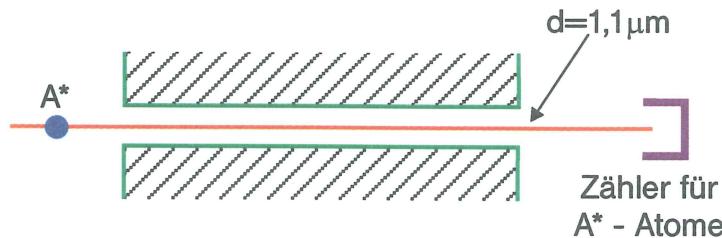
**Die "spontane" Emission ist in Wahrheit eine durch Vakuumfluktuationen erzwungene Emission**

Experimentell beweisbar mithilfe der Cavity-QED

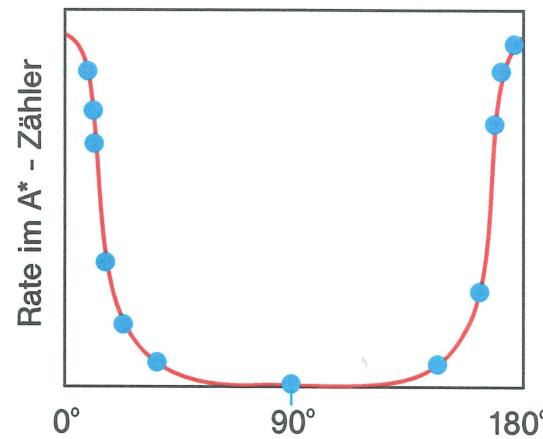
Haroche-Gruppe: Abschirmung der Vakuumfluktuationen verlängert Lebensdauer angeregter Atome  $A^*$

Cäsium-Atomstrahl, Übergang  $5d \rightarrow 6s$

$\lambda = 3,5 \mu\text{m}$



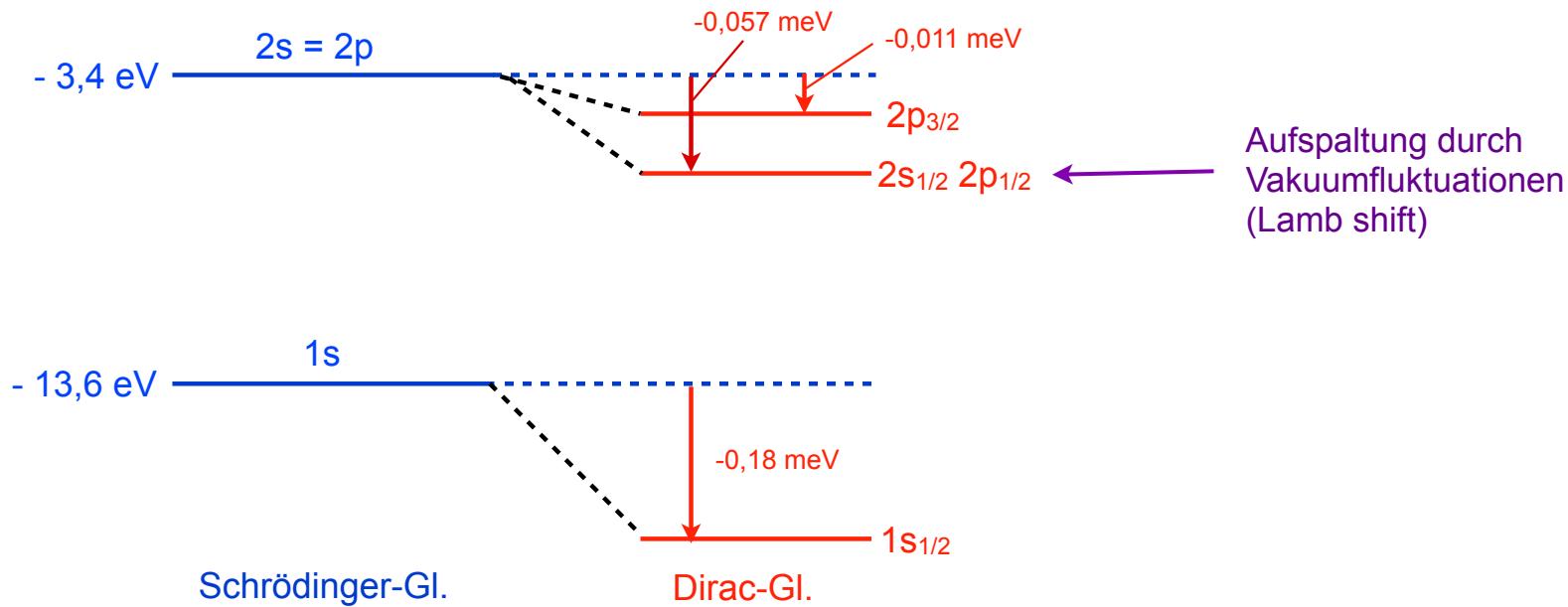
gemessen: 13-fache Verlängerung der Lebensdauer



Winkel zwischen  $\vec{E}$  und Metallplatten

Gezeichnet mit Genehmigung nach einem Bild von S. Haroche

# Feinstruktur im H-Atom



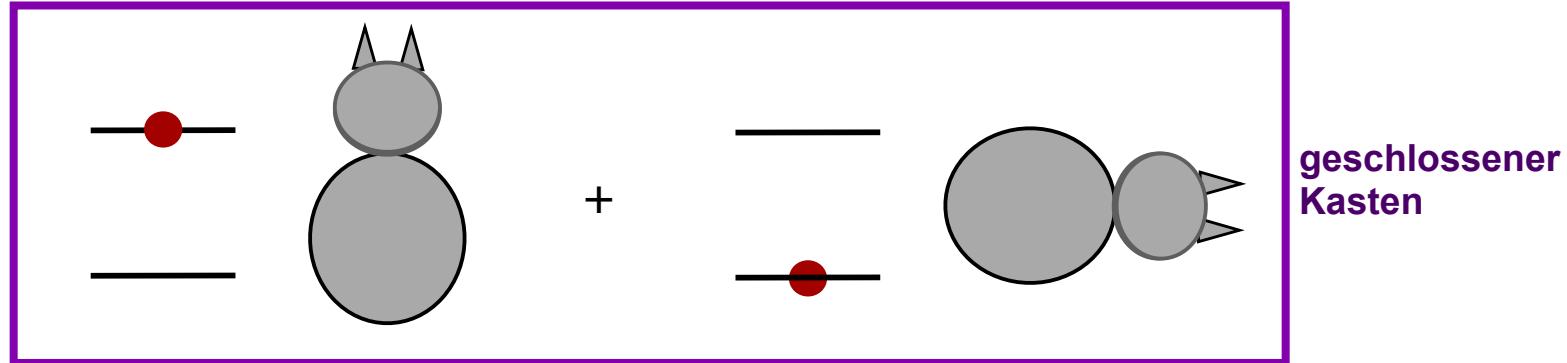
Die Dirac-Gleichung berücksichtigt nicht die Quantenfeldtheorie  
Effekt der Vakuumfluktuationen:

die Energien von  $2s_{1/2}$  und  $2p_{1/2}$  sind geringfügig verschieden (Lamb shift)

Hinweis: Abbildung 10.1 in dem Buch "Theoretische Physik für Studierende des Lehramts", Band1, enthält einen Fehler und sollte durch obiges Bild ersetzt werden

# Schrödingers Katze

Um die Absurdität der Quantenmechanik zu illustrieren, schlug Schrödinger 1935 ein Gedankenexperiment vor, in dem ein **makroskopisches Objekt (die Katze)** mit einem **mikroskopischen System (angeregtes Atom)** verschränkt ist.



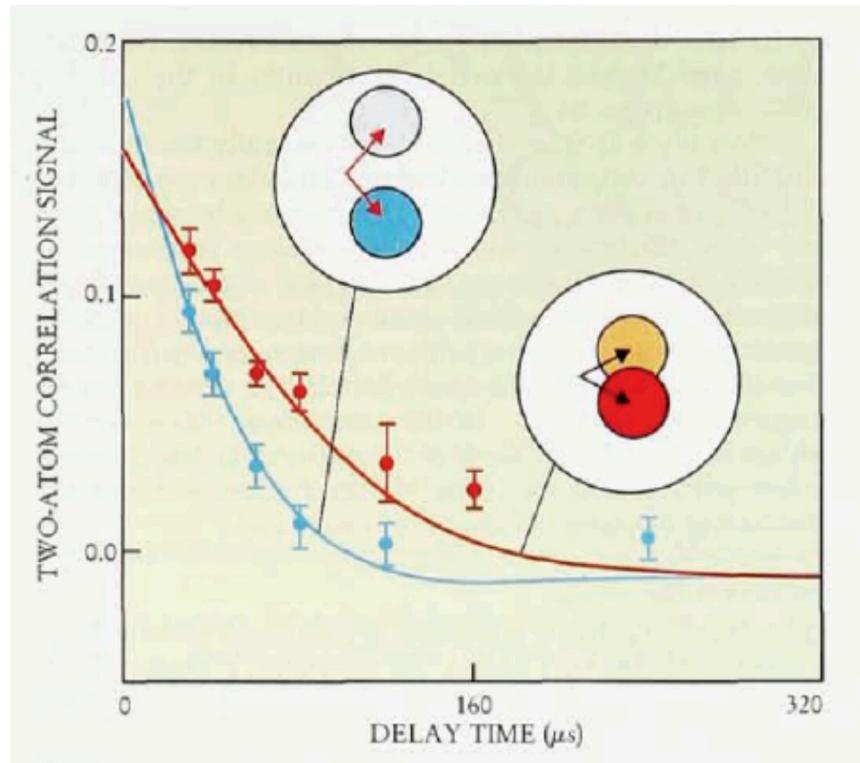
$$\Psi = [ \text{(angeregtes Atom / Katze lebend)} + \text{(Atom im Grundzustand / Katze tot)} ]$$

Das Atom befindet sich in einer Superposition von Anregungs- und Grundzustand, also sollte sich die Katze in einer Superposition von lebendig und tot befinden. Eine Entscheidung über das Schicksal der Katze würde erst im Augenblick der Messung erfolgen.

Diese absurde Situation wird nie beobachtet

## Serge Haroche et al.: experiments with „mini-cats“ mini-cat: microwave photons in a superconducting cavity

decoherence time =  $\tau / n$



Physics Today July 1998

Abbildung 9.6 Gemessene zeitliche Abnahme der Kohärenz in dem „Schrödinger-Kätzchen-Experiment“ von Brune et al. [8]. Die Dekohärenzzeit beträgt etwa 50  $\mu$ s. Die Abbildung wird in dem oben genannten Physics-Today-Artikel von S. Haroche [23] diskutiert. Nachdruck mit freundlicher Genehmigung von Prof. J.-M. Raimond und Prof. S. Haroche. Figure adapted with permission from [8]. Copyright 1996 by the American Physical Society.

$\tau$ =time constant of cavity=160  $\mu$ sec  
n number of photons (  $n=3 - 10$  )

decoherence time of a cat is  
unmeasurably short because n is huge

The cat is always a classical object,  
it is never a quantum object

Remark: with an improved cavity C much longer time constants  $\tau$  have been achieved recently  
Schrödinger kittens have grown

# Einstein-Podolsky-Rosen-Paradoxon

## Nichtlokalität der Quantenmechanik

MAY 15, 1935

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 47

### Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in

quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

**Schlussfolgerung von EPR: Nein**

**Antwort von Niels Bohr: Ja**

Sichtweise von Einstein: die Quantenmechanik ist nicht die endgültige Theorie, es muss eine **tiefer liegende deterministische Theorie** geben. Dies wäre eine Theorie mit **verborgenen Variablen** (hidden variables).

EPR betrachteten Korrelationen zwischen zwei weit voneinander entfernten Objekten, die durch eine **verschränkte** Wellenfunktion beschrieben werden.

Eine Messung an Objekt 1 hat eine **instantane** Auswirkung auf die Messung an Objekt 2. Die Relativitätstheorie scheint außer Kraft gesetzt (**ist sie aber nicht**). Albert Einstein hielt diese "**spukhafte Fernwirkung**" für absurd.

Er glaubte deshalb an die Existenz einer uns verborgenen deterministischen Theorie, welche die Korrelation erklären kann.

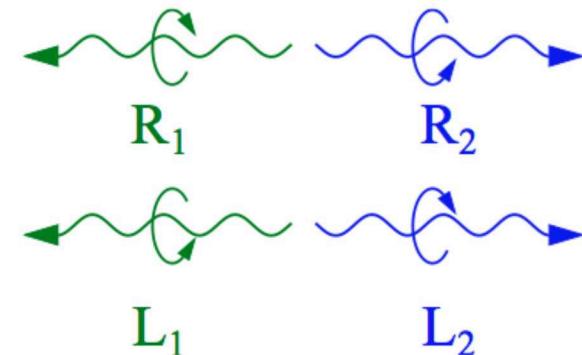
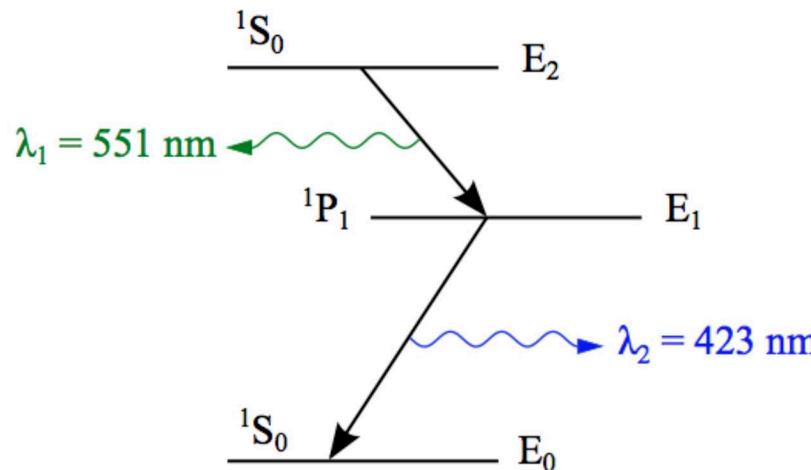
Niels Bohr hingegen war von der Richtigkeit der Quantentheorie überzeugt.

Die Kontroverse zwischen Einstein und Bohr war letztlich philosophischer Natur und konnte durch theoretische Argumente nicht geklärt werden.

Es ist das Verdienst von John Bell, die Entscheidung zwischen den zwei Denkmöglichkeiten aus dem Bereich der Philosophie in den Bereich der Experimentalphysik verlegt zu haben.

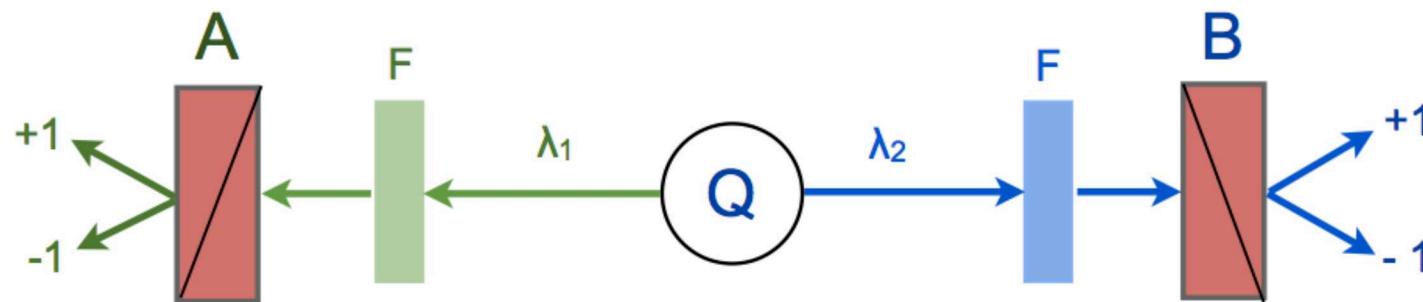
Wenn es eine tiefer liegende deterministische Theorie gibt, muss die **Bell'sche Ungleichung** erfüllt sein (siehe z.B. Ref. [1], Anhang E.2).

## Korrelation der Photonen aus dem Zweistufenzerfall des Calcium-Atoms



Die verschränkte Wellenfunktion:  $|\psi(1,2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|R_1\rangle|R_2\rangle + |L_1\rangle|L_2\rangle)$ .

## Schema der Apparatur von Alain Aspect



# Bell's inequality test: more ideal than ever

**Alain Aspect**

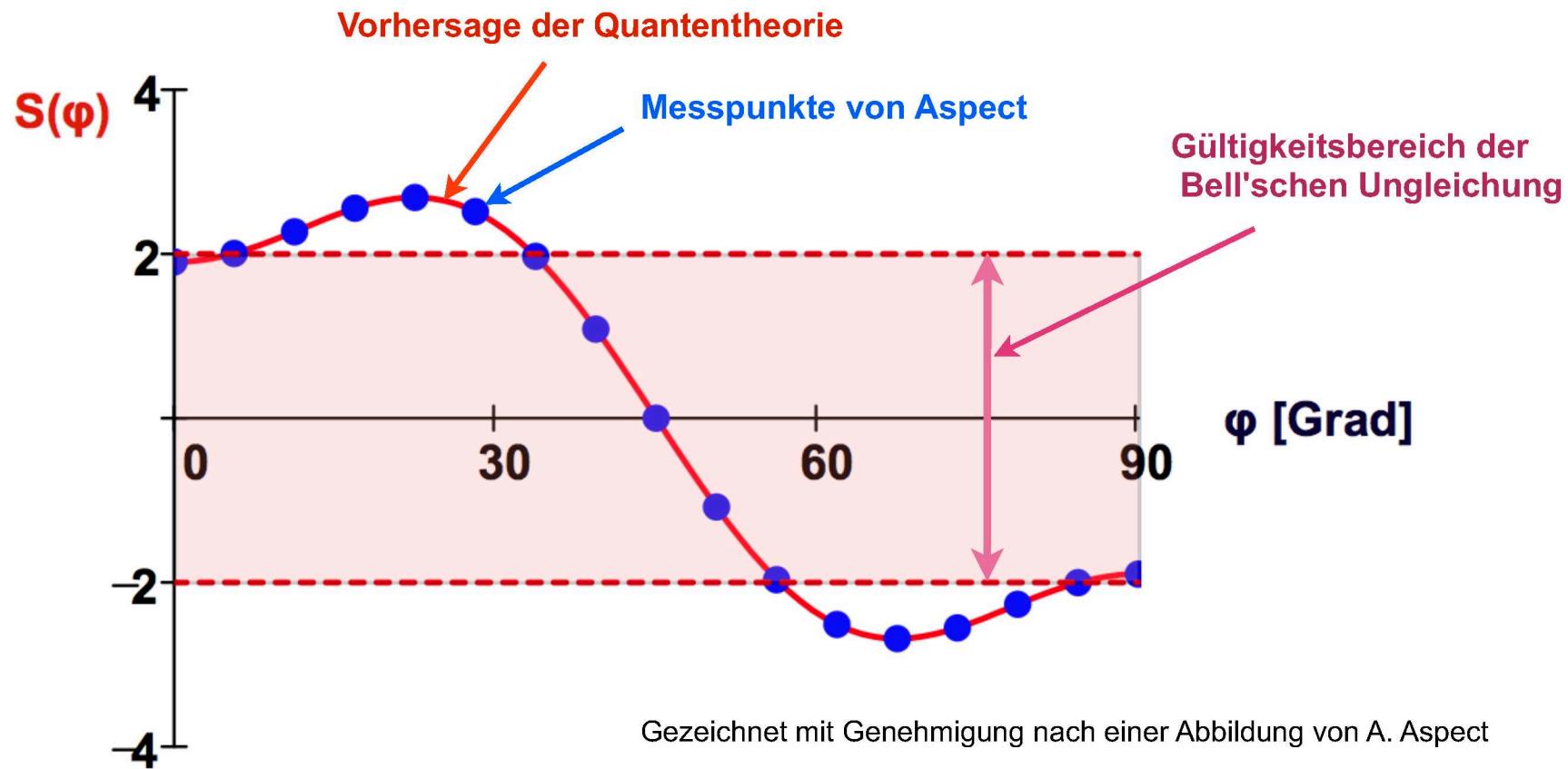
**The experimental violation of Bell's inequalities confirms that a pair of entangled photons separated by hundreds of metres must be considered a single non-separable object – it is impossible to assign local physical reality to each photon.**

**Alain Aspect**  
experimentalist

**John Bell**  
theoretician

**It is the great achievement of John Bell that the discussion about the physical reality of quantum systems has been transferred from philosophy to experimental physics**

## Gemessene Korrelationsfunktion von Alain Aspect



**Ergebnis: die Bell'sche Ungleichung ist verletzt,  
d.h. es gibt keine tiefer liegende deterministische Theorie**

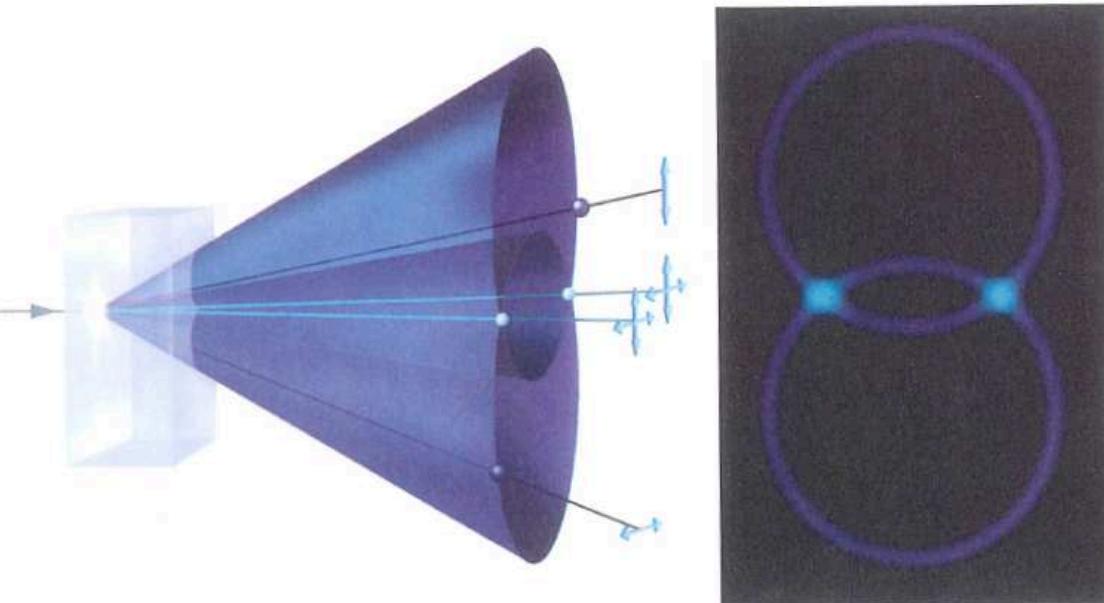
**Konsequenz: die Quantenmechanik gilt, aber sie ist nichtlokal  
Eine verschränkte Wellenfunktion kann mehr als 100 km lang sein**

Aspect's experiment shows strong violation of Bell's inequality. There remains one final loophole for protagonists of the idea of hidden variables: if the setting of the detectors A and B is static they could communicate by some mysterious mechanism

Can be excluded by changing the angles of detectors A and B during the flight of the photons so rapidly that information transfer from A to B would require signal speed much larger than speed of light

Experiments with entangled laser photons and time-varying detectors violate Bell's inequality as well

Anton Zeilinger



1 UV photon is converted into 2 infrared photons in BBO crystal  
The IR photons are in an entangled polarization state

# Literatur

Die meisten Bilder stammen aus meinen Lehrbüchern:  
Theoretische Physik für Studierende des Lehramts  
Band 1 Quantenmechanik, Band 2 Elektrodynamik und Spezielle Relativitätstheorie  
Springer Verlag  
Dort gibt es auch ausführliche Erklärungen.

## Weitere Literatur:

Serge Haroche and Jean-Michel Raimond, *Exploring the Quantum*, Oxford University Press 2006

David J. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics*, Pearson Prentice Hall 2005

Richard. P. Feynman, Robert B. Leighton, Matthew Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley 1965. Deutsche Ausgabe: *Vorlesungen über Physik*, Oldenbourg 1991

Akira Tonomura, *Electron Holography*, Springer 1994

Helmut Rauch, *Neutronen-Interferometrie: Schlüssel zur Quantenmechanik*, Physik in unserer Zeit, 29. Jahrg. 1998, Nr. 2

M. Brune et al., *Observing the Progressive Decoherence of the “Meter” in a Quantum Measurement*, Phys. Rev. Lett. **77**, 4887 (1996)

Olaf Nairz, Markus Arndt, and Anton Zeilinger, *Quantum interference experiments with large molecules*, Amer. Journ. of Physics, **71** (4) 319 (2003)

. M. Arndt, S. Gerlich, K. Hornberger und M. Mayor, *Interferometrie mit komplexen Molekülen*, Physik Journal 9 (2010) Nr. 10, S. 37

. M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn, W. Ketterle, *Observation of Interference Between Two Bose Condensates*, SCIENCE Vol. 275, 637 (1997)

Albert Einstein, Boris Podolsky, Nathan Rosen, *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*, Phys. Rev. **47**, 777 (1935)

Niels Bohr, *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*, Phys. Rev. **48**, 696 (1935)

John S. Bell, *On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics*, Rev. Mod. Phys. **38**, 447 (1966)

D. Bohm and Y. Aharonov, *Discussion of Experimental Proof for the Paradox of Einstein, Rosen, and Podolsky*, Phys. Rev. **108**, 1070 (1957)

Alain Aspect, *Bell's theorem: the naive view of an experimentalist*, Vortrag bei einer Konferenz zum Gedenken an John Bell, Wien 2000

Alain Aspect, *Bell's inequality test: more ideal than ever*, NATURE Vol. 398, 18 March 1999

Gregor Weihs, Thomas Jennewein, Christoph Simon, Harald Weinfurter, and Anton Zeilinger, *Violation of Bell's Inequality under Strict Einstein Locality Conditions*, Phys. Rev. Lett. **81**, 5039 (1998)

Serge Haroche, *Entanglement, Decoherence and the Quantum/Classical Boundary*, Physics Today, July 1998

Peter Schmüser, *Feynman-Graphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker*, Springer 1995

Victor F. Weisskopf, *The development of field theory in the last 50 years*, Physics Today November 1981, p. 69