

Druckfehler und Korrekturen in den Büchern
Theoretische Physik für Studierende des Lehramts 1 und 2

Die korrigierten Textpassagen, Formeln und Abbildungen sind rot eingerahm

DOI: 10.3204/PUBDB-2026-00736
© 2019 Peter Schmüser. CC-BY-4.0 license

wir $V_0 = 5$ eV, $E = 3$ eV und setzen $m = m_e$. Dann ergibt sich $\delta \approx 0,13$ nm, das ist etwa ein Atomdurchmesser. Die *de-Broglie-Wellenlänge* des Elektrons beträgt hier rund das Fünffache dieses Wertes. Die reflektierte Welle hat die gleiche Amplitude wie die einlaufende Welle, $|B| = |A|$.

Interessant wird der Fall $E > V_0$. In dem Fall lautet die Wellenfunktion für $x > 0$

$$\psi_2(x) = C e^{ik' x} \quad \text{mit} \quad k' = \sqrt{2m(E - V_0)}/\hbar$$

(wenn die Welle von links einläuft, gibt es im Bereich $x > 0$ nur eine auslaufende Welle). Aus der Stetigkeit von ψ und ψ' bei $x = 0$ folgt

$$B = \frac{k - k'}{k + k'} A, \quad C = \frac{2k}{k + k'} A.$$

Der wichtige Unterschied zum klassischen Teilchen ist, dass trotz $E > V_0$ ein Teil der Welle reflektiert wird. Der Reflexionskoeffizient (Wahrscheinlichkeit für Reflexion) ist

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \left(\frac{k - k'}{k + k'} \right)^2. \quad (3.33)$$

Zur Berechnung der Transmission müssen wir bedenken, dass die Welle links und rechts eine andere Gruppengeschwindigkeit hat: $v_g = \hbar k/m$, $v'_g = \hbar k'/m$.

Die Transmissionswahrscheinlichkeit wird

$$T = \frac{v'_g |C|^2}{v_g |A|^2} = \frac{4kk'}{(k + k')^2}. \quad (3.34)$$

Es gilt $R + T = 1$, dies drückt die Erhaltung der Wahrscheinlichkeit aus.

Die identischen Formeln erhält man für die Reflexion und Transmission von Licht an der Grenzfläche zwischen zwei Medien mit verschiedenen Brechungsindizes, man muss nur k und k' durch n_1 und n_2 ersetzen. Für senkrechte Inzidenz des Lichts findet man

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2, \quad T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}.$$

3.6 Der Tunneleffekt

Das Eindringen der Welle in den Bereich $E < V(x)$ eröffnet die Möglichkeit, eine hinreichend dünne Potentialbarriere zu durchtunneln. Wir betrachten den in Abb. 3.8 skizzierten Potentialverlauf und nehmen $E < V_0$ an. Die Wellenfunktionen lauten für die drei Bereiche

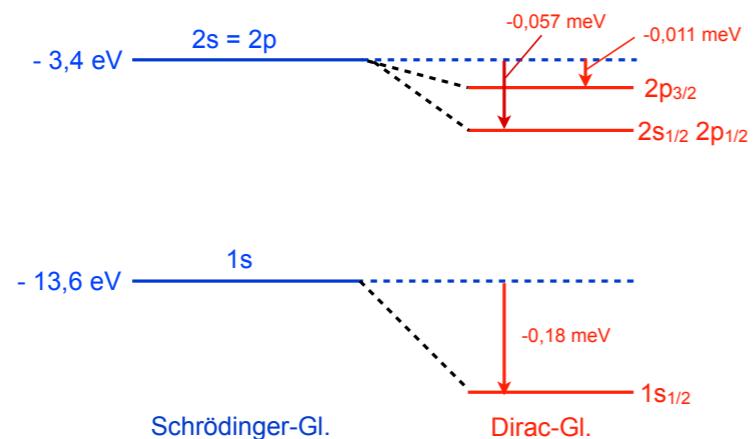


Abbildung 10.1 Feinstruktur der 1s-, 2s- und 2p-Niveaus im H-Atom.

agnetisches Moment voraus. Formel (10.19) ist in Übereinstimmung mit der Vorhersage der Dirac-Gleichung und mit experimentellen Resultaten.

Wir weisen darauf hin, dass es noch wesentlich feinere Strukturen in Atomen gibt: die Hyperfeinstruktur, hervorgerufen durch Wechselwirkung des Elektrons mit dem magnetischen Moment des Atomkerns, und die Korrekturen durch die Quantenelektrodynamik (Vakuum-Polarisation, Lamb-Verschiebung).

10.3 Emission und Absorption von Strahlung

In diesem Abschnitt gehen wir auf ein zentrales Thema der Quantentheorie ein, den Übergang eines Elektrons von einem Energieniveau auf ein anderes unter dem Einfluss elektromagnetischer Strahlung.

10.3.1 Optische Übergänge in der Quantenmechanik

In der Quantenmechanik werden optische Übergänge durch eine “semiklassische” Methode erfasst: die Elektronen im Atom werden quantentheoretisch durch die Wellenfunktionen ψ beschrieben, während das elektromagnetische Strahlungsfeld als klassisches oszillierendes Feld behandelt wird. Das elektrische Feld der Welle hat die Form

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos \omega_0 t = \frac{\mathcal{E}_0}{2} (e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}). \quad (10.20)$$

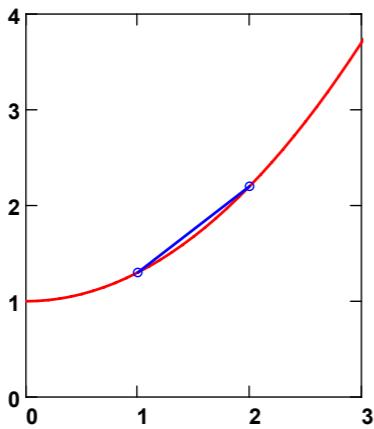


Abbildung A.3 Kurvenverlauf der Funktion $f(x) = 1 + 0,3x^2$ und Ermittlung der Steigung im Punkt $x_0 = 1$. Hier hat Δx den großen Wert $\Delta x = 1$. Lässt man $\Delta x \rightarrow 0$ gehen, so wird aus der blau gezeichneten Geraden die Tangente im Punkt x_0 .

Tabelle A.1 Wichtige Funktionen und ihre Ableitungen

Funktion $f(x)$	Ableitung $f'(x)$
x^n	nx^{n-1}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
e^x	e^x
$\ln x$	$1/x$
\sqrt{x}	$1/(2\sqrt{x})$

$$f(x) = e^x, \quad f'(x) = e^x.$$

Sie hat die Reihenentwicklung

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}.$$

mit $n! = n(n-1)(n-2)\dots 1$, also $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ (gesprochen n-Fakultät). Definitionsgemäss setzt man $0! = 1$. Die Umkehrfunktion der Exponentialfunktion ist der natürliche Logarithmus, der nur für $x > 0$ definiert ist (im Limes $x \rightarrow 0$ gilt $\ln x \rightarrow -\infty$). Exponential- und Logarithmusfunktion werden in Abb. A.4 gezeigt.

1.6 Magnetische Felder in Materie

1.6.1 Magnetische Materialien

Permanentmagnete hat man früher aus Stahl oder Ferriten hergestellt, heute benutzt man Cobalt-Samarium oder Neodym-Eisen-Bor für sehr starke Dauermagnete. Wir wollen uns hier nicht weiter mit permanentem Magnetismus befassen, sondern Materialien betrachten, die erst durch externe Felder magnetisiert werden. Dafür gibt es zwei Möglichkeiten: es werden in der Materie kleine Kreisströme induziert, die wie magnetische Dipole wirken, oder bereits vorhandene Dipole werden durch das Feld ausgerichtet. Die kleinen Dipole erzeugen eine *Magnetisierung* \mathbf{M} , definiert als magnetisches Moment pro Volumeneinheit, und verändern das angelegte Feld.

Mit Hilfe einer stromdurchflossenen Spule erzeugen wir ein *magnetisierendes Feld* \mathbf{H} . In der Spule befindet sich die fragliche Substanz. Das Magnetfeld im Material wird dann

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) . \quad (1.22)$$

Hier tritt eine neue Naturkonstante auf, die magnetische Feldkonstante

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{V s}}{\text{A m}} . \quad (1.23)$$

Wenn die Substanz ein *lineares Medium* ist, gibt es eine lineare Beziehung zwischen Magnetisierung und erregendem Feld

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \quad (1.24)$$

mit der magnetischen Suszeptibilität χ_m . In diesem Fall gilt die einfachere Gleichung

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad \text{mit} \quad \mu_r = 1 + \chi_m . \quad (1.25)$$

Der Koeffizient μ_r wird die relative Permeabilität des Materials genannt.

Bei Permanentmagneten ist \mathbf{B} das primäre Feld; es kann aus der Magnetisierung \mathbf{M} berechnet werden, indem man die elementaren magnetischen Dipole durch äquivalente Kreisströme ersetzt. Im Innern eines zylindrischen Stabmagneten heben sich diese Kreisströme gegenseitig auf, und es verbleibt ein effektiver Kreisstrom auf der Mantelfläche. Dies ist jedoch kein realer "freier" Strom, sondern ein fiktiver "gebundener" Strom, der direkt ein B -Feld erzeugt. Man erhält den gleichen Feldlinienverlauf wie bei einer stromdurchflossenen Spule, vgl. Abb. 1.4. Als Folge von Gl. (1.22) gibt es auch ein H -Feld, das hier keine große Bedeutung hat.

Diamagnetismus

Der Diamagnetismus beruht auf der Induktion kleiner Kreisströme durch ein zeitlich veränderliches externes Magnetfeld. Nach der Lenz'schen Regel ist das

Die drei wesentlichen Argumente für die Bevorzugung des Feldes \mathbf{B} sind:

- (1) die Lorentz-Kraft enthält das Feld \mathbf{B} und nicht das Feld \mathbf{H} ,
- (2) Permanentmagnete erzeugen primär ein \mathbf{B} -Feld,
- (3) bei einer Lorentz-Transformation der Relativitätstheorie werden \mathbf{E} und \mathbf{B} gemeinsam transformiert.

Wir möchten an dieser Stelle schon darauf hinweisen, dass magnetische Kräfte als “relativistische Korrektur” der Coulomb-Kräfte gedeutet werden können (Kap. 7). Auch die magnetischen Momente der Elementarteilchen sind ein relativistischer Effekt.

1.8 Elektrische Leitung in Metallen

1.8.1 Das Ohm'sche Gesetz

Metallische Strukturen werden von vielen Elementen der ersten drei Hauptgruppen des Periodischen Systems der Elemente gebildet. Idealerweise sind dies Kristalle mit periodischer Anordnung positiv geladener Ionen, zwischen denen sich die Valenzelektronen als sog. “Leitungselektronen” nahezu ungehindert durch den gesamten Kristall bewegen können. Dies erklärt die hohe elektrische und thermische Leitfähigkeit der Metalle. Bereits vor der Entwicklung der Quantenmechanik stellte Paul Drude eine Theorie der elektrischen Leitung und des Ohm'schen Widerstandes auf, die - bei richtiger Deutung - auch heute noch ihren Wert hat.

Die elektrische Leitung der Metalle beruht auf der Beweglichkeit der Elektronen. Die Elektronen haben sehr hohe thermische Geschwindigkeiten. Da aber die Richtungen isotrop verteilt sind, fließt bei Abwesenheit eines elektrischen Feldes kein Nettostrom. Lassen wir ein externes Feld \mathbf{E} für eine kurze Zeit δt einwirken, so werden die Elektronen alle in der gleichen Richtung beschleunigt und erhalten einen zusätzlichen Impuls $\delta \mathbf{p} = m_e \delta \mathbf{v} = -e \mathbf{E} \delta t$. Im Kristallgitter verlieren die Elektronen den zusätzlichen Impuls immer wieder durch Stöße. Das ständige Wechselspiel zwischen Energiegewinn im Feld und Energieverlust durch Stöße führt zu einer mittleren Driftgeschwindigkeit der Elektronen und einer Stromdichte

$$\mathbf{v}_d = -\frac{1}{2} \frac{e \mathbf{E}}{m_e} 2\tau, \quad \mathbf{J} = -n e \mathbf{v}_d, \quad (1.31)$$

wobei 2τ die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen ist und n die Zahl der Leitungselektronen pro Volumeneinheit. Die Driftgeschwindigkeiten sind sehr gering, typische Werte sind $v_d < 1 \text{ mm/s}$ in Kupfer.

Aus Gl. (1.31) folgt das Ohm'sche Gesetz

9. Elektronen, Protonen und Neutronen besitzen magnetische Dipolmomente, d.h. sie verhalten sich wie kleine Stabmagnete. Magnetische Einzelpole (Monopole) existieren nicht.

10. Auf ein Teilchen der Ladung q und Geschwindigkeit \mathbf{v} wirkt in einem Magnetfeld die Lorentz-Kraft

$$\mathbf{F}_{\text{Lor}} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}.$$

Die Lorentz-Kraft leistet keine Arbeit, weil sie senkrecht zur Geschwindigkeit des Teilchens wirkt.

11. In einem inhomogenen Magnetfeld wird auf einen magnetischen Dipol eine Kraft ausgeübt, die zu einer Bewegung in Feldrichtung und einer Arbeitsleistung des Feldes führt.

12. Um elektrische Effekte in Materie zu erfassen, benötigt man zwei Felder, \mathbf{E} und \mathbf{D} . Die Verschiebungsdichte ist $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ mit der dielektrischen Polarisation \mathbf{P} . In linearen Medien gilt $\mathbf{P} = \chi_e \mathbf{E}$ und $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}$. $\epsilon_r = 1 + \chi_e$ ist die relative Permittivität (relative Dielektrizitätskonstante) des Materials.

13. Um magnetische Effekte in Materie zu erfassen, benötigt man zwei Felder, das Magnetfeld \mathbf{B} und das magnetisierende Feld \mathbf{H} . Der generell gültige Zusammenhang ist $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$ mit der Magnetisierung \mathbf{M} . In linearen Medien, z.B. dia- oder paramagnetischen Substanzen, ist $\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$, und es gilt $\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$ mit der relativen Permeabilität $\mu_r = 1 + \chi_m$.

14. Die Energiedichten des elektrischen und magnetischen Feldes sind

$$w_{\text{el}} = \frac{1}{2} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E}^2, \quad w_{\text{mag}} = \frac{1}{2} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) = \frac{1}{2 \mu_r \mu_0} \mathbf{B}^2.$$

15. Die physikalisch bedeutsamen Felder sind \mathbf{E} und \mathbf{B} . Die Hilfsfelder \mathbf{D} und \mathbf{H} werden eingeführt, um elektrische und magnetische Effekte in Materie zu erfassen. Das Magnetfeld \mathbf{B} ist wichtiger als das magnetisierende Feld \mathbf{H} :

- (1) die Lorentz-Kraft enthält das B -Feld und nicht das H -Feld.
- (2) Permanentmagnete erzeugen primär ein B -Feld.
- (3) Bei einer Lorentztransformation der Relativitätstheorie werden \mathbf{E} und \mathbf{B} gemeinsam transformiert.

16. Das Ohm'sche Gesetz lautet in vektorieller Form $\mathbf{J} = \sigma_{\text{spez}} \mathbf{E}$ mit der spezifischen Leitfähigkeit $\sigma_{\text{spez}} = (ne^2\tau)/m_e$. Die einfachere Form ist $U = RI$.

17. Bei Wechselströmen muss man mit der komplexen Impedanz rechnen: $\tilde{Z} = Z e^{i\varphi}$ mit $Z = |\tilde{Z}|$ und $\cos \varphi = \text{Re}(\tilde{Z})/Z$. Die Wirkleistung ist

$$P_{\text{wirk}} = \frac{1}{2} Z I_0^2 \cos \varphi.$$