

Abstract:

The high frequency energy at the accelerating units of the synchrotron serves to cover the increase of momentum as well as the radiation losses of the circulating particles.

This results in the necessity of a distinct time function of the high frequency voltage which is computed below and shown in diagrams for various values of the final energy, the injection phase angle and ejection phase angle.

Die Elektronen im Synchrotron müssen bekanntlich pro Umlauf einen Energiebetrag

$$\Delta E = \Delta E_A + \Delta E_f = K_1 \dot{B} + K_2 B^4$$

gewinnen.

Für die auf der gesamten Kreisbahn aufzubringende Amplitude der Hochfrequenzspannung ergibt sich unter Berücksichtigung der Phasenlage der Teilchen:

$$\hat{U}_{HF} = C_1 \dot{B} + C_2 B^4$$

mit

$$C_1 = K_1 / \sin \phi_s$$

$$C_2 = K_2 / \sin \phi_s$$

Um den Absolutbetrag von \hat{U}_{HF} zu berechnen, müssen also zunächst K_1 und K_2 bestimmt werden, die von der Endenergie und der Phasenlage unabhängig sind.

Durch die Berechnung von $B(t)$ und $\dot{B}(t)$ und bestimmte Annahmen über ϕ_s gelangt man sodann zur Kenntnis der HF-Amplitude für verschiedene Endenergien.

Den Berechnungen liegen folgende Konstanten zugrunde, die teils elementar, teils den Veröffentlichungen der DESY-Parameter entnommen sind:

Orbitkrümmungsradius	$R = 31,70 \text{ m}$
Mittlerer Maschinenradius	$R_m = 50,41 \text{ m}$
Umlauffrequenz	$f_0 = 0,9463 \cdot 10^6 \text{ Hz}$
Dielektrizitätskonstante d. Vakuums	$\epsilon_0 = 8,855 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Asec}}{\text{Vm}}$
Elementarladung	$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Asec}$
Lichtgeschwindigkeit	$c = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$
Elektronenruheenergie	$E_0 = 0,5110 \text{ MeV}$
Magnetfeld bei Injektion	$B_i = 42,00 \text{ Gauss}$
Magnetfeldanstieg bei Injektion	$\dot{B}_i = 0,1290 \frac{\text{G}}{\mu\text{sec}}$

Ferner:

$$1 \text{ Gauss} = 10^{-4} \frac{\text{Vsec}}{\text{m}^2}$$

$$1 \text{ Asec m}^2 = \frac{10^6}{1,602} \frac{\text{MeV}}{\text{G/sec}}$$

K_1 erhält man aus der grundlegenden Gleichung für den Bahnradius:

$$\text{Lorenzkraft} = \text{Zentripedalkraft}$$

$$e B \cdot v = \frac{m v^2}{R}$$

$$E_A = pc = mc^2 = ceBR$$

Energiezunahme pro Umlauf:

$$\Delta E_k = \frac{\dot{E}_k}{f_0} = \frac{ceR}{f_0} \cdot \dot{B}$$

$$K_1 = \frac{ceR}{f_0} \cdot 10^{-4} \frac{\text{Wsec}}{\text{G}/\mu\text{sec}} = \frac{cR}{f_0} \cdot 10^{-4} \frac{\text{MeV}}{\text{G}/\mu\text{sec}}$$

$$K_1 = 1,0043 \frac{\text{MeV}}{\text{G}/\mu\text{sec}}$$

K_2 erhält man aus (siehe DESY A 2.63, S.7 und "Kollath", S.75, Gl.62):

$$\dot{E}_y = \frac{1}{6\pi \epsilon_0} \cdot \frac{e^2 c}{R^2} \cdot \left(\frac{E_A}{E_0}\right)^4 = \frac{1}{6\pi \epsilon_0} \cdot \frac{e^6 c^5 R^2}{E_0^4} \cdot 10^{42} \cdot B^4 \frac{\text{eV}}{\text{secG}^4}$$

Diese Gleichung gilt für den im Magnetfeld verlaufenden Teil der Bahn.

Um den zeitlichen Mittelwert der Energieabstrahlung zu erhalten, muss die obige Gleichung noch mit dem Quotienten aus Krümmungsradius und mittlerem Sollbahnradius multipliziert werden:

$$\Delta E_y = \frac{\dot{E}_y}{f_0} \cdot \frac{R}{R_m} = \frac{1}{6\pi \epsilon_0 \cdot f_0} \cdot \frac{e^6 c^5 R^2}{E_0^4} \cdot \frac{R}{R_m} \cdot 10^{42} \cdot B^4 \frac{\text{MeV}}{\text{G}^4}$$

$$K_2 = 2,2769 \cdot 10^{-15} \frac{\text{MeV}}{\text{G}^4}$$

Für das Magnetfeld ist die Zeitfunktion

$$B(t) = \frac{\hat{B} - \check{B}}{2} (1 - \cos \omega t) + \check{B}$$

gegeben. Daraus:

$$\dot{B}(t) = \frac{\hat{B} - \check{B}}{2} \omega \sin \omega t$$

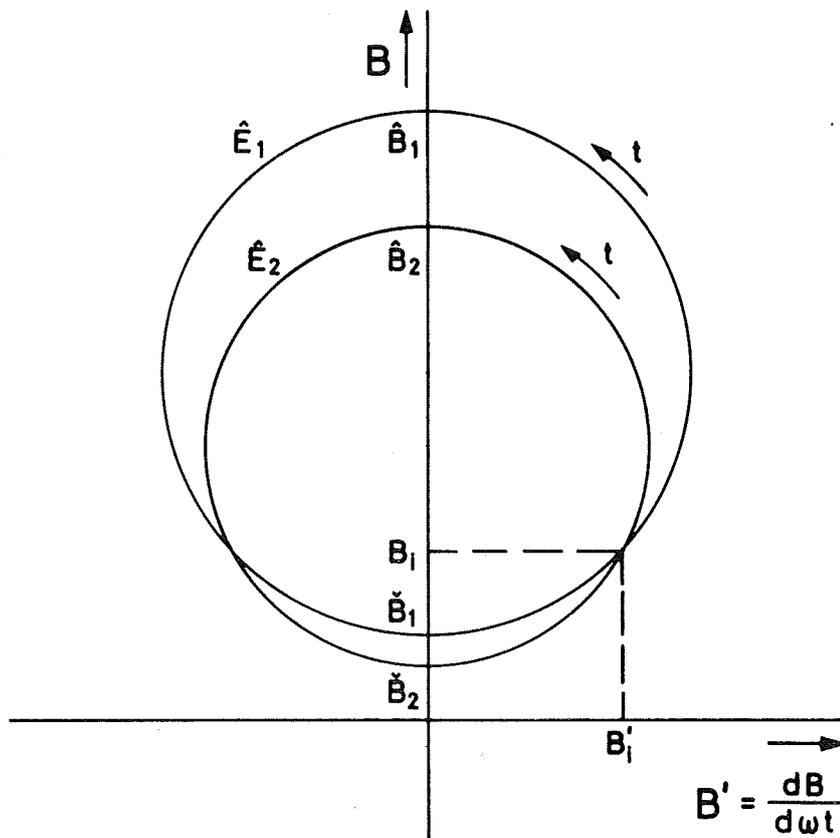
Der Scheitelwert des Magnetfeldes ist durch die Endenergie bestimmt:

$$\hat{B} = \frac{\hat{E}}{ceR}$$

Da B und \dot{B} bei Injektion für alle Endenergien gleich sein soll, muss auch \check{B} entsprechend der Endenergie geändert werden.

Zeichnet man ein Diagramm, an dessen Abszisse \dot{B} , an dessen Ordinate B angetragen ist, so erhält man eine Ellipse.

Trägt man an der Abszisse $B' = \frac{dB}{d\omega t} = \frac{1}{\omega} \dot{B}$ an, so wird aus der Ellipse ein Kreis (siehe Bild). Für jede Endenergie erhält man einen Kreis.



Alle Kreise müssen durch einen Punkt, nämlich den Injektionspunkt, gehen. Für das minimale Magnetfeld erhält man aus dem Diagramm die Formel:

$$\hat{B} = B_i - \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\dot{B}_i^2}{\hat{B} - B_i}$$

Damit sind nun alle Voraussetzungen zur Berechnung der HF-Spannung gegeben.

Bei Betrachtung des Zeitablaufes von $\hat{U}_{\text{HF}} = C_1 \dot{B} + C_2 B^4$ ist leicht ersichtlich, dass am Anfang der Beschleunigungsperiode der zweite Term verschwindet, während am Ende der Beschleunigungsperiode der erste Term verschwindet.

Führt man nun zur Berechnung der $C_1 = K_1 / \sin \phi_s$ und $C_2 = K_2 / \sin \phi_s$ zwei verschiedene Synchrotronphasenwinkel ϕ_{si} und ϕ_{se} ein, so ist leicht einzusehen, dass durch ϕ_{si} der Injektionsphasenwinkel, durch ϕ_{se} der Ejektionsphasenwinkel festgelegt wird.

Welcher Phasenwinkel sich zu jedem anderen Zeitpunkt der Beschleunigungsperiode einstellt, ist ohne weiteres zu berechnen:

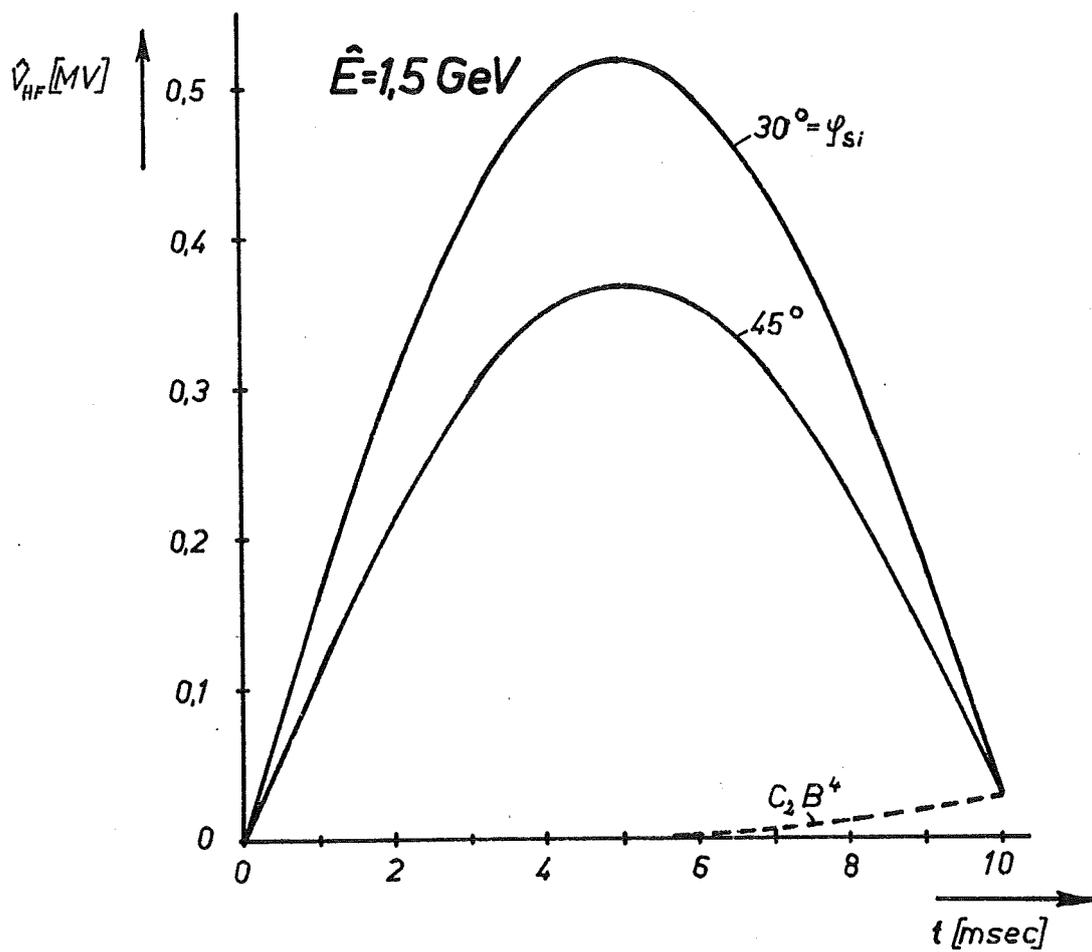
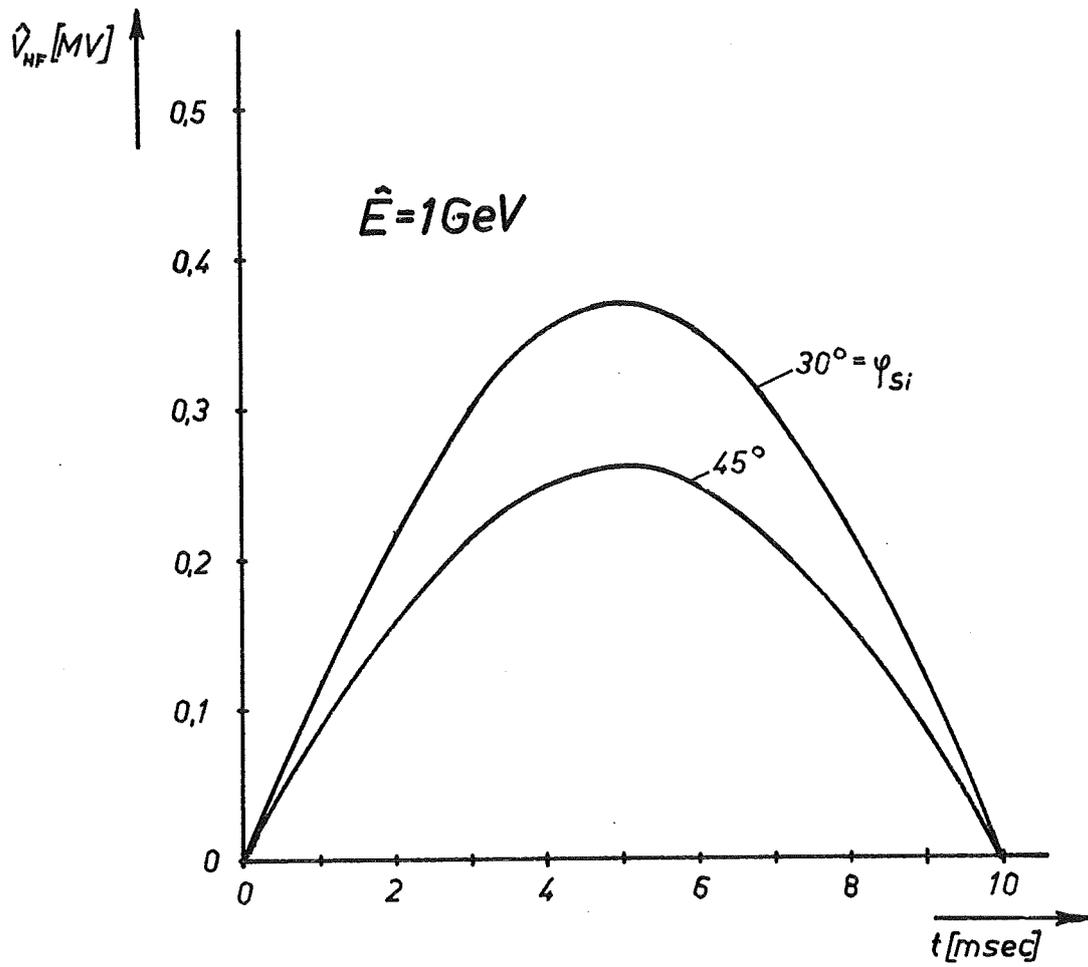
$$\sin \phi_s = \frac{K_1 \dot{B} + K_2 B^4}{C_1 B + C_2 B^4} = f(t)$$

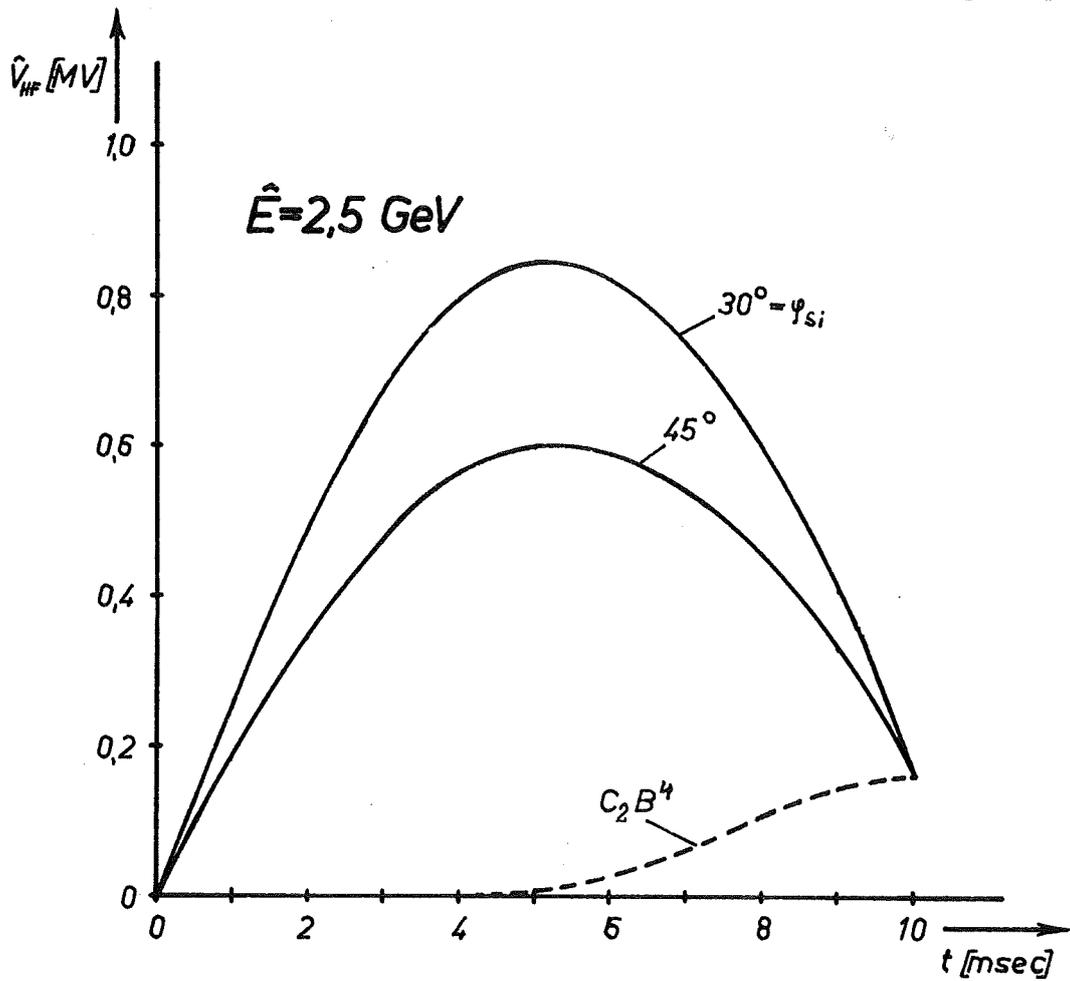
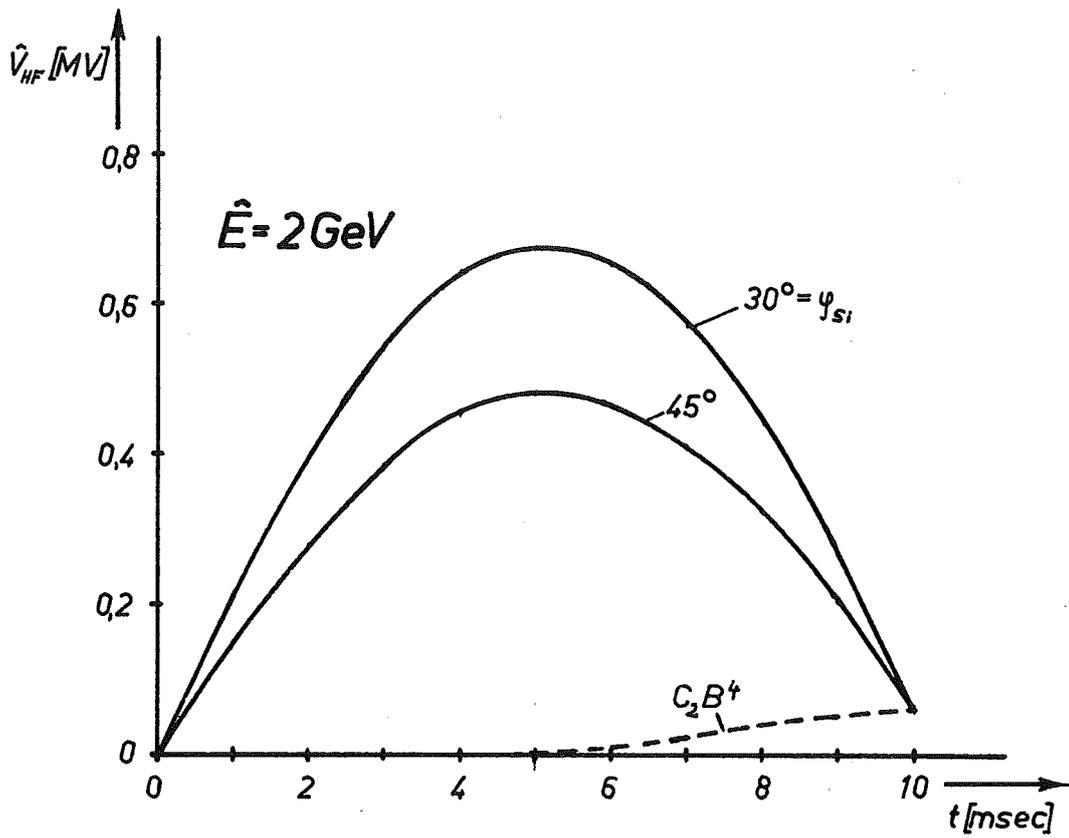
In den vorliegenden Diagrammen ist der zeitliche Verlauf der Beschleunigungsspannung für die Endenergien 1, 1.5, ..., 7, 7.5, 7.8 GeV aufgezeichnet, und zwar jeweils für die Injektionsphasenwinkel $\phi_{si} = 30^\circ$ und $\phi_{si} = 45^\circ$.

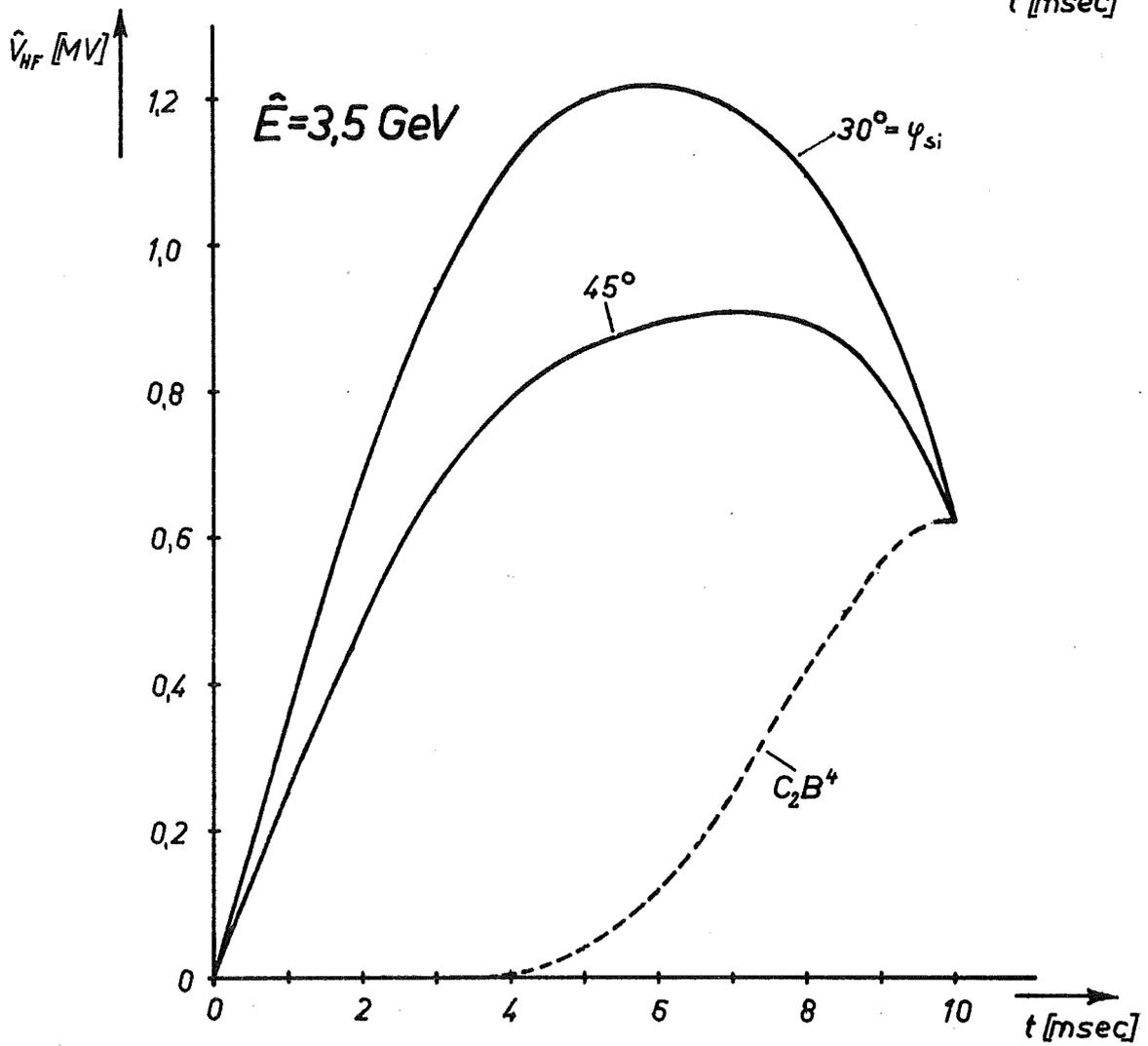
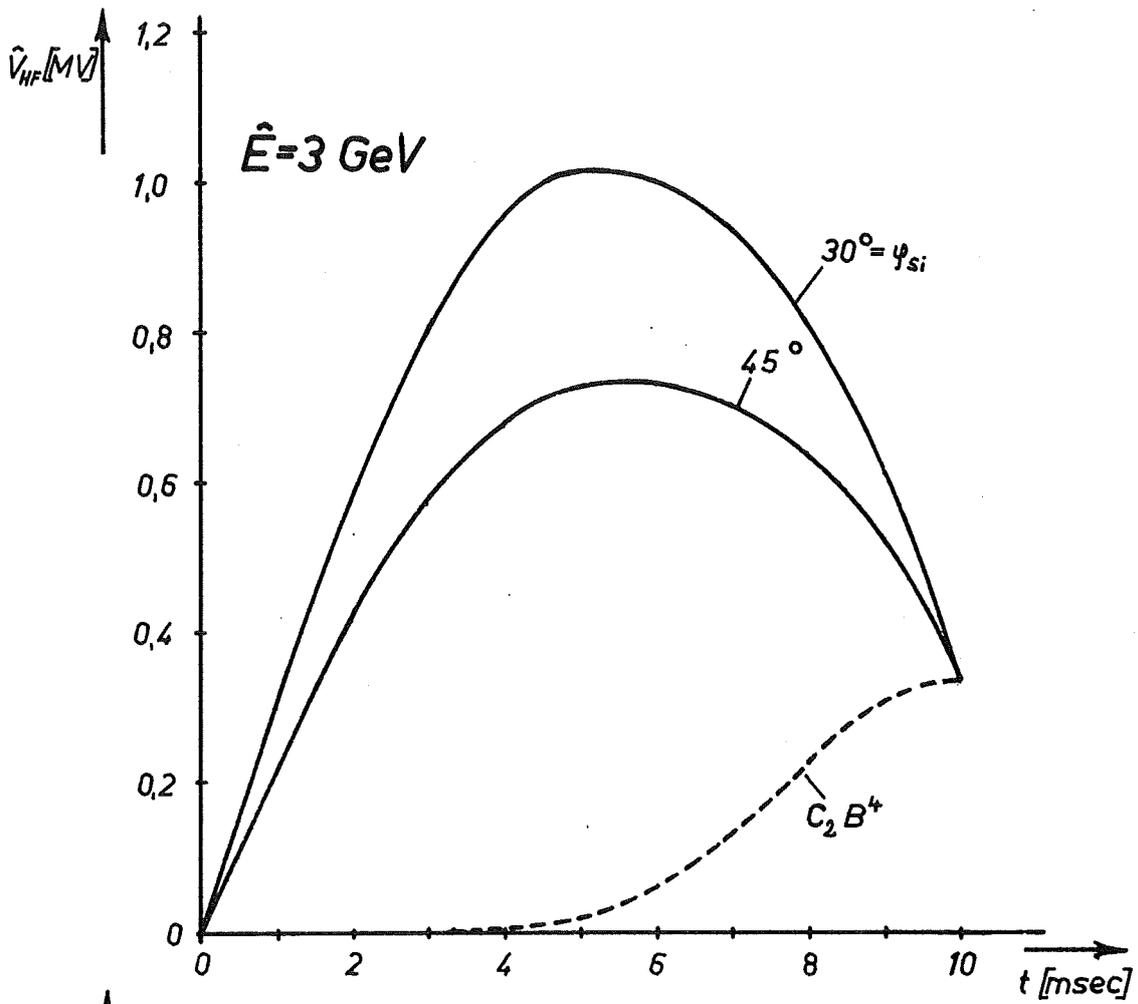
Der Ejektionsphasenwinkel ist in allen Fällen zu $\phi_{se} = 45^\circ$ angenommen.

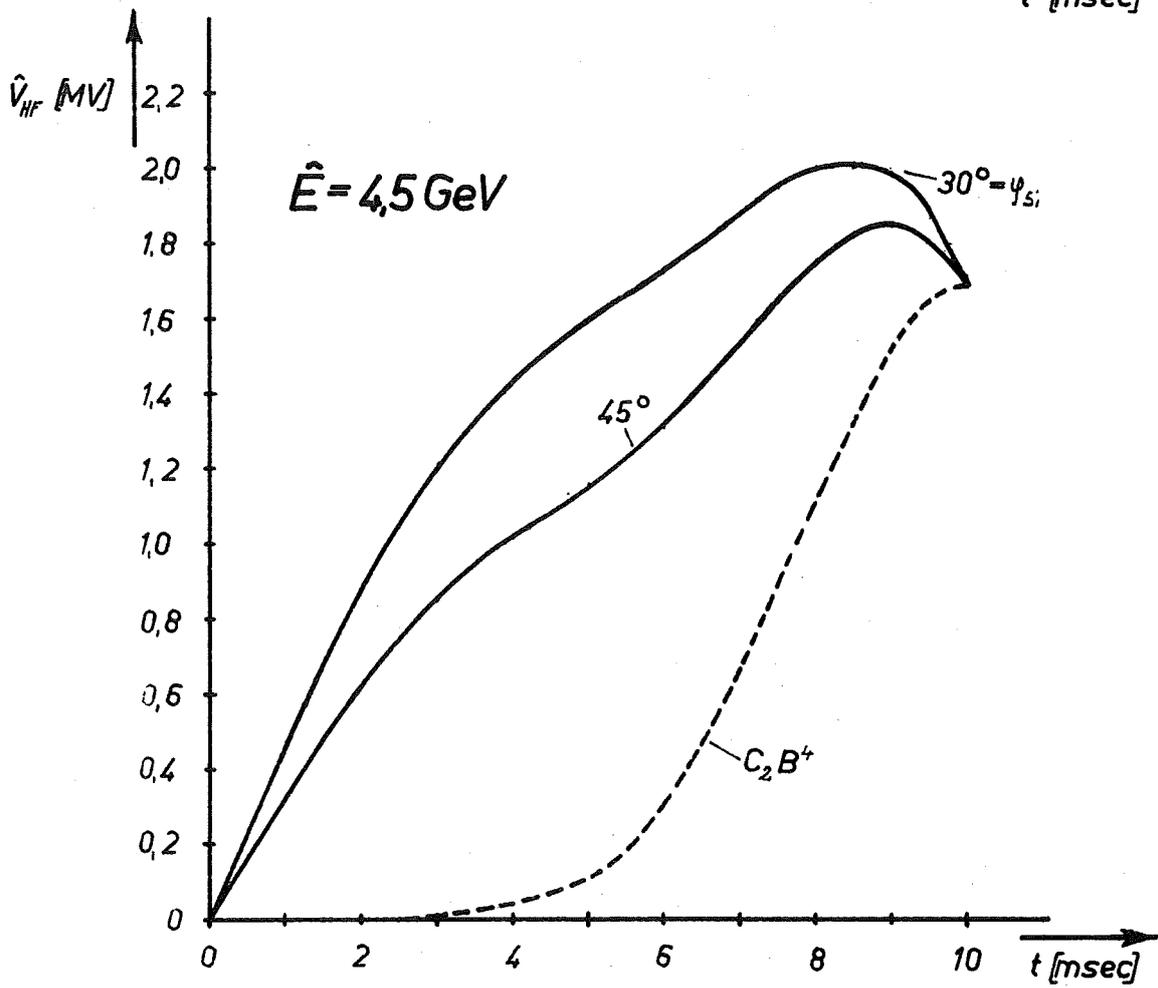
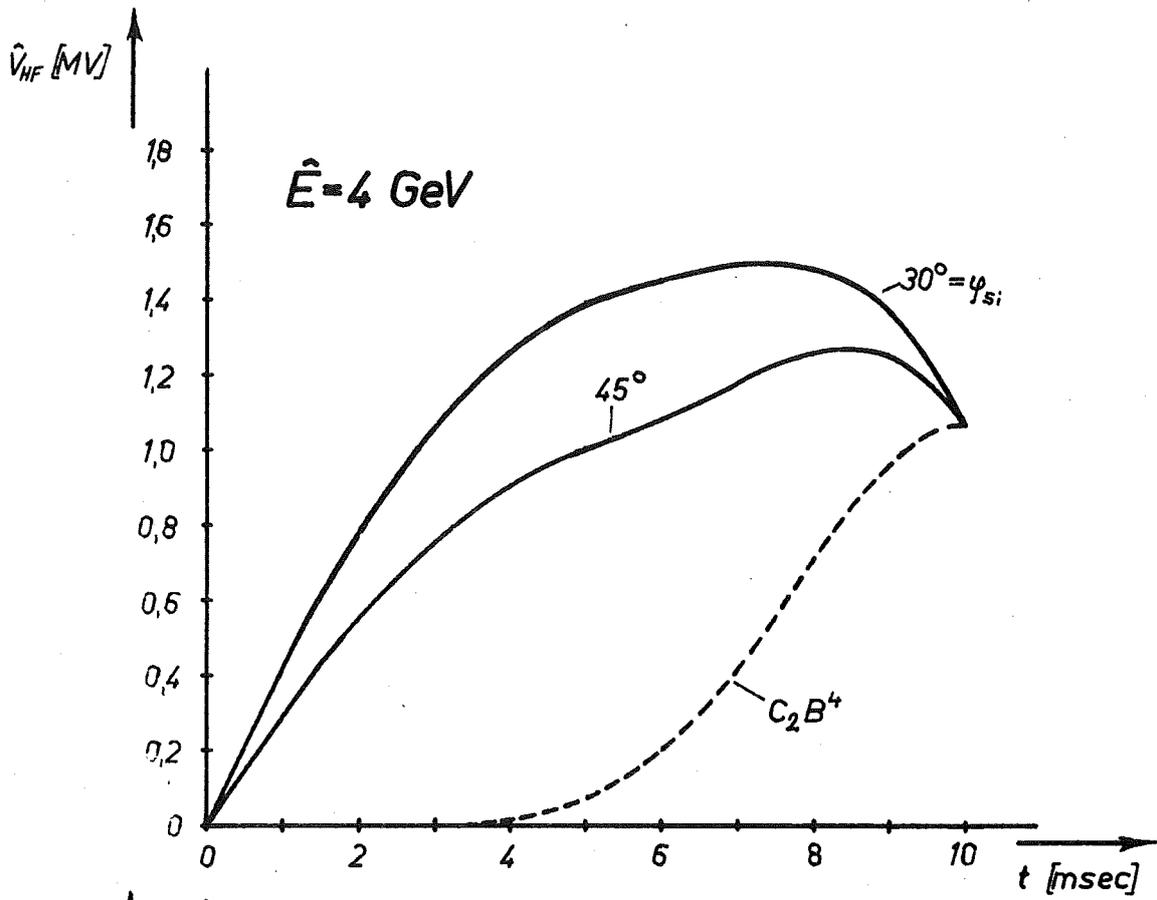
In vier weiteren Diagrammen ist der Verlauf des Synchrotronphasenwinkels für $\phi_{si} = 30^\circ$ für die Endenergien 1, 3, 5 und 7 GeV aufgezeichnet.

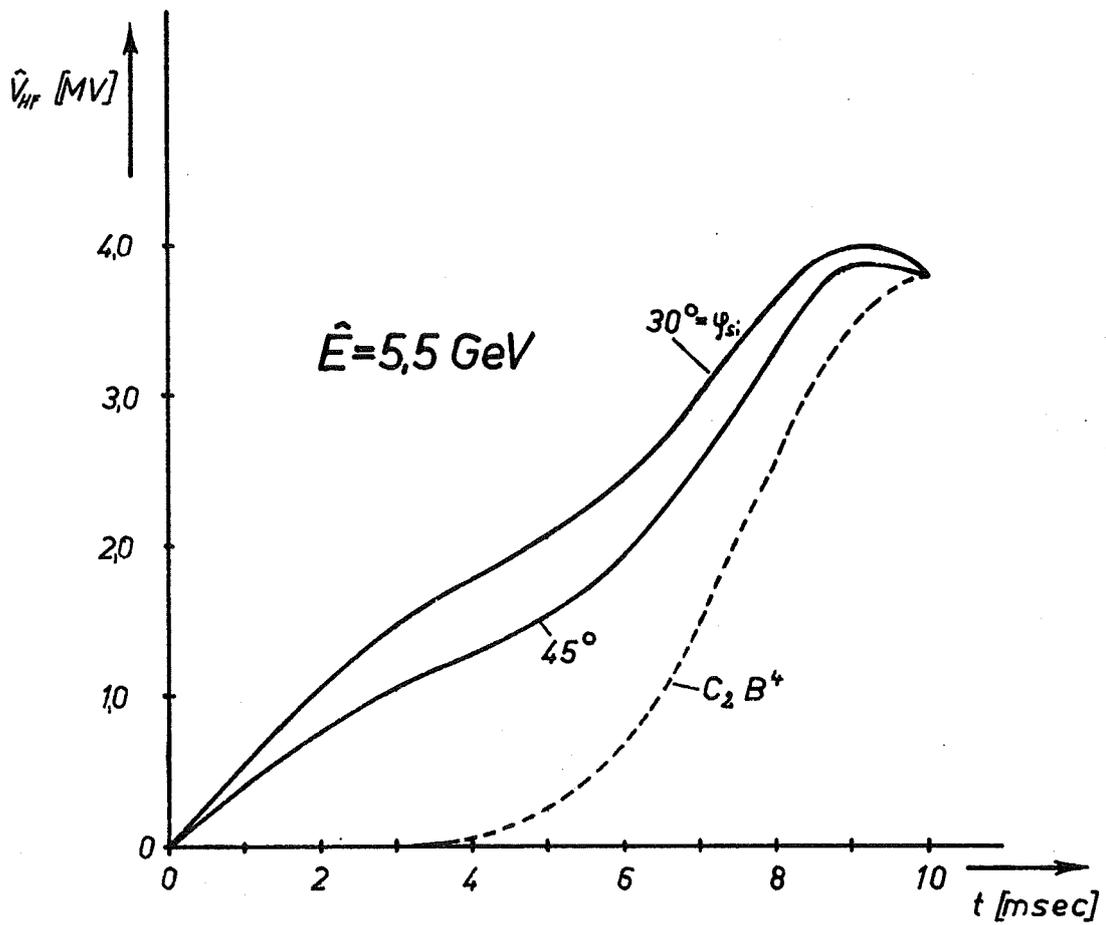
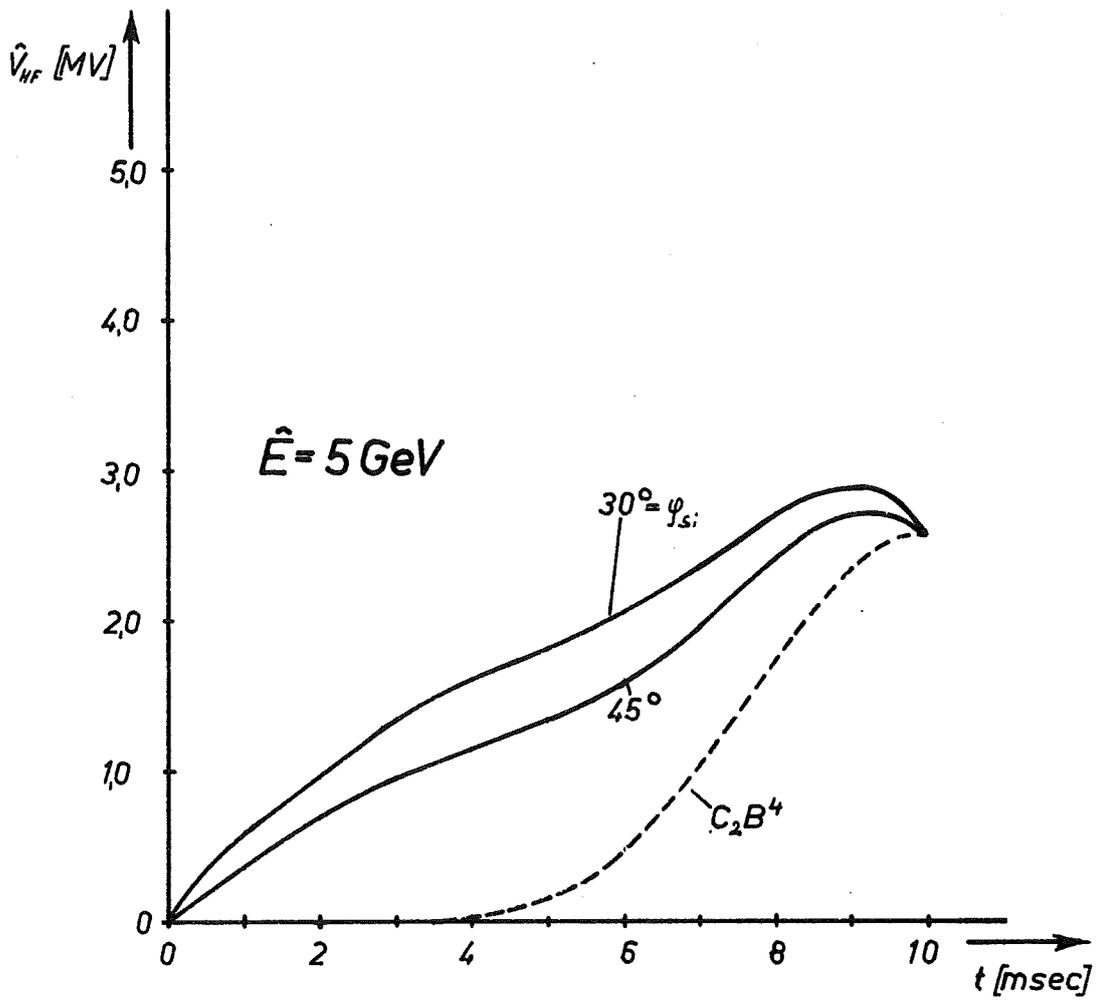
Für die Durchführung der numerischen Rechnungen auf der Rechenanlage IBM 650 danke ich Herrn Lakatos.

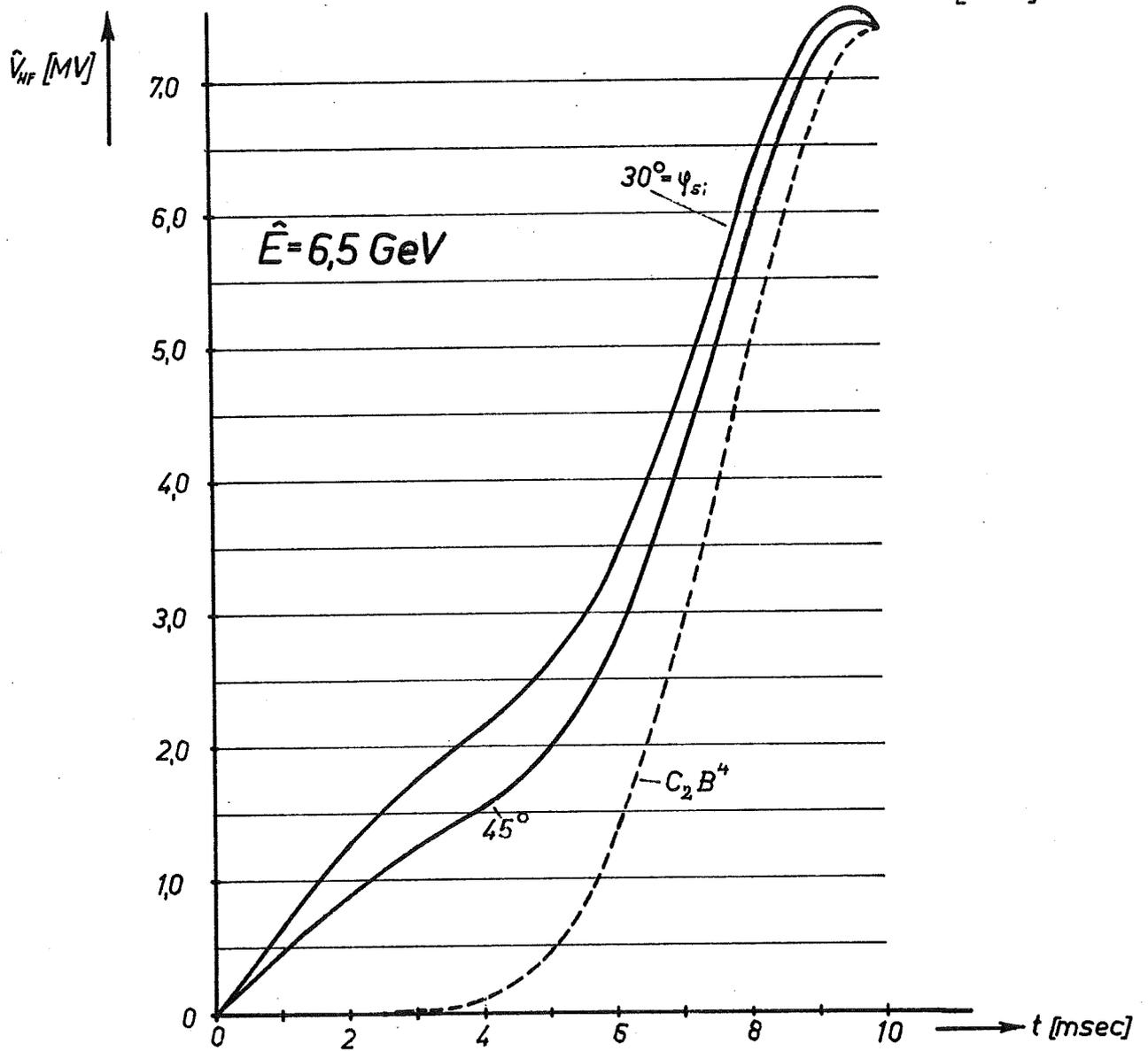
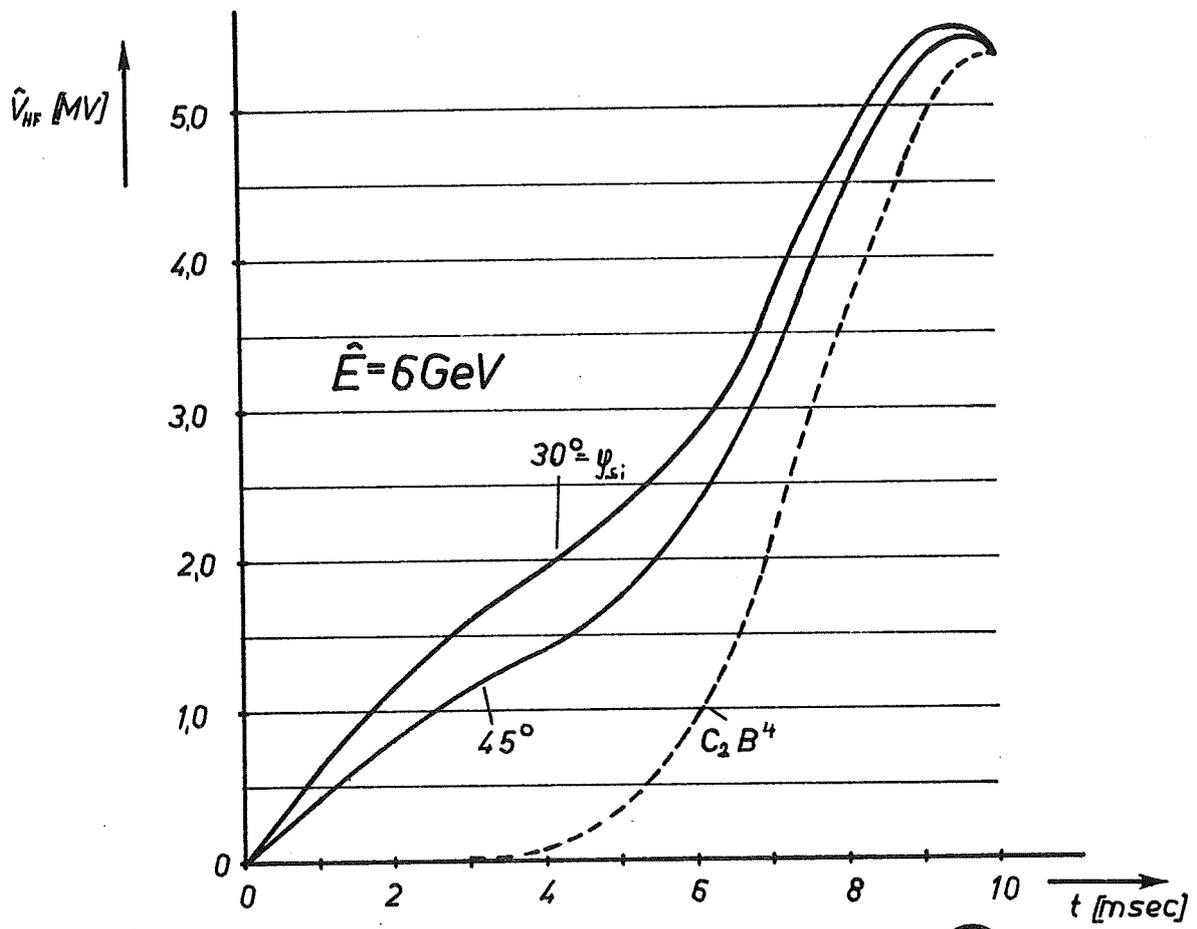


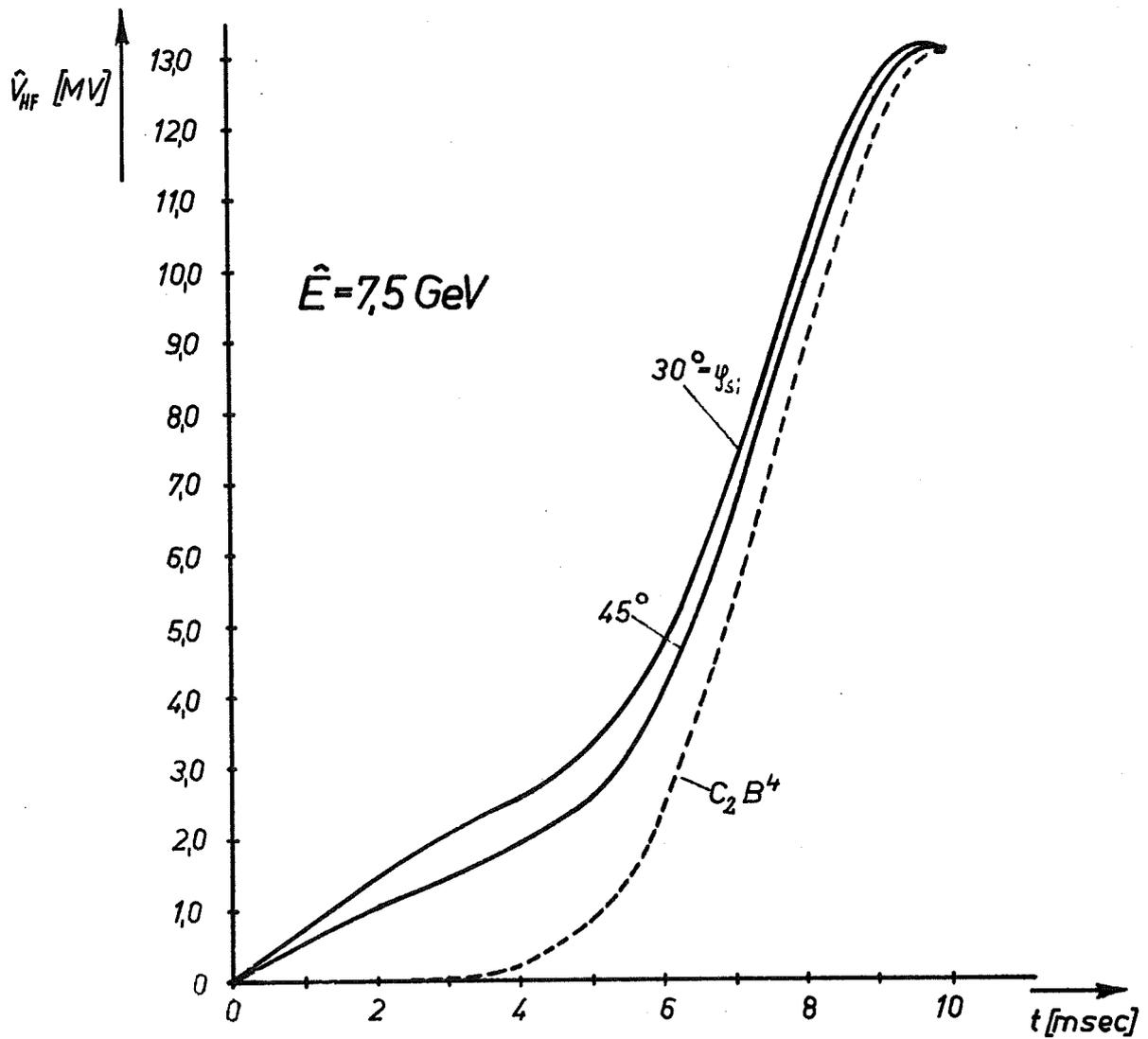
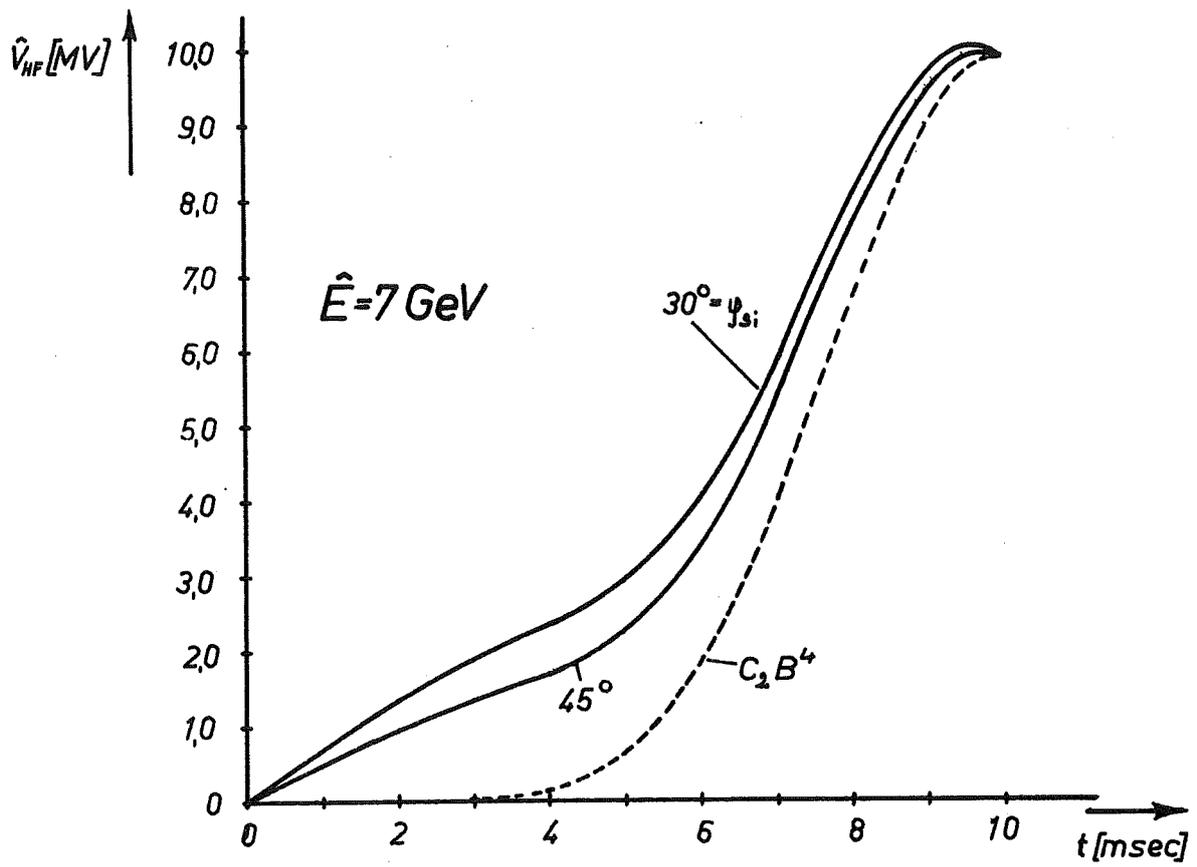


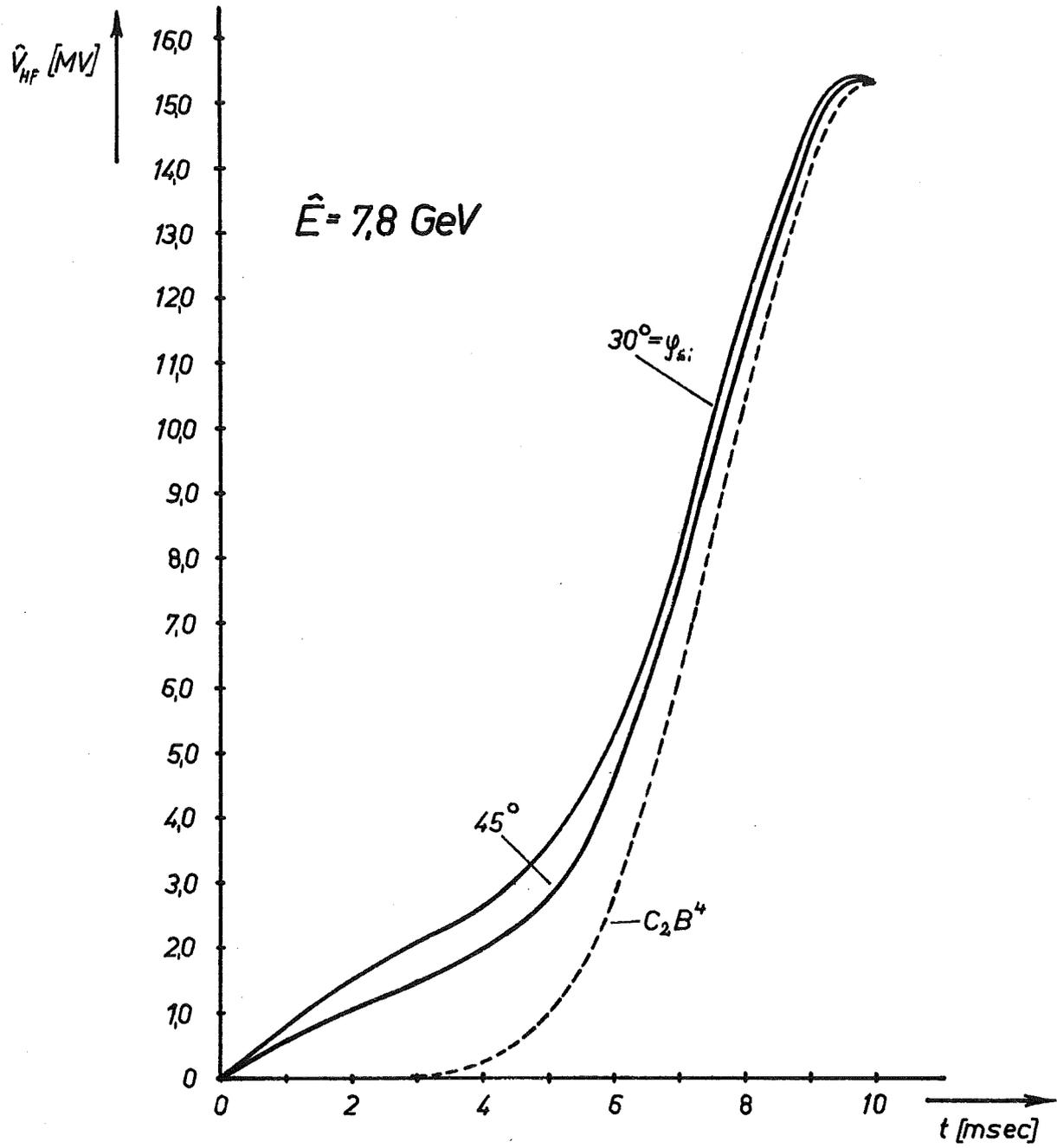




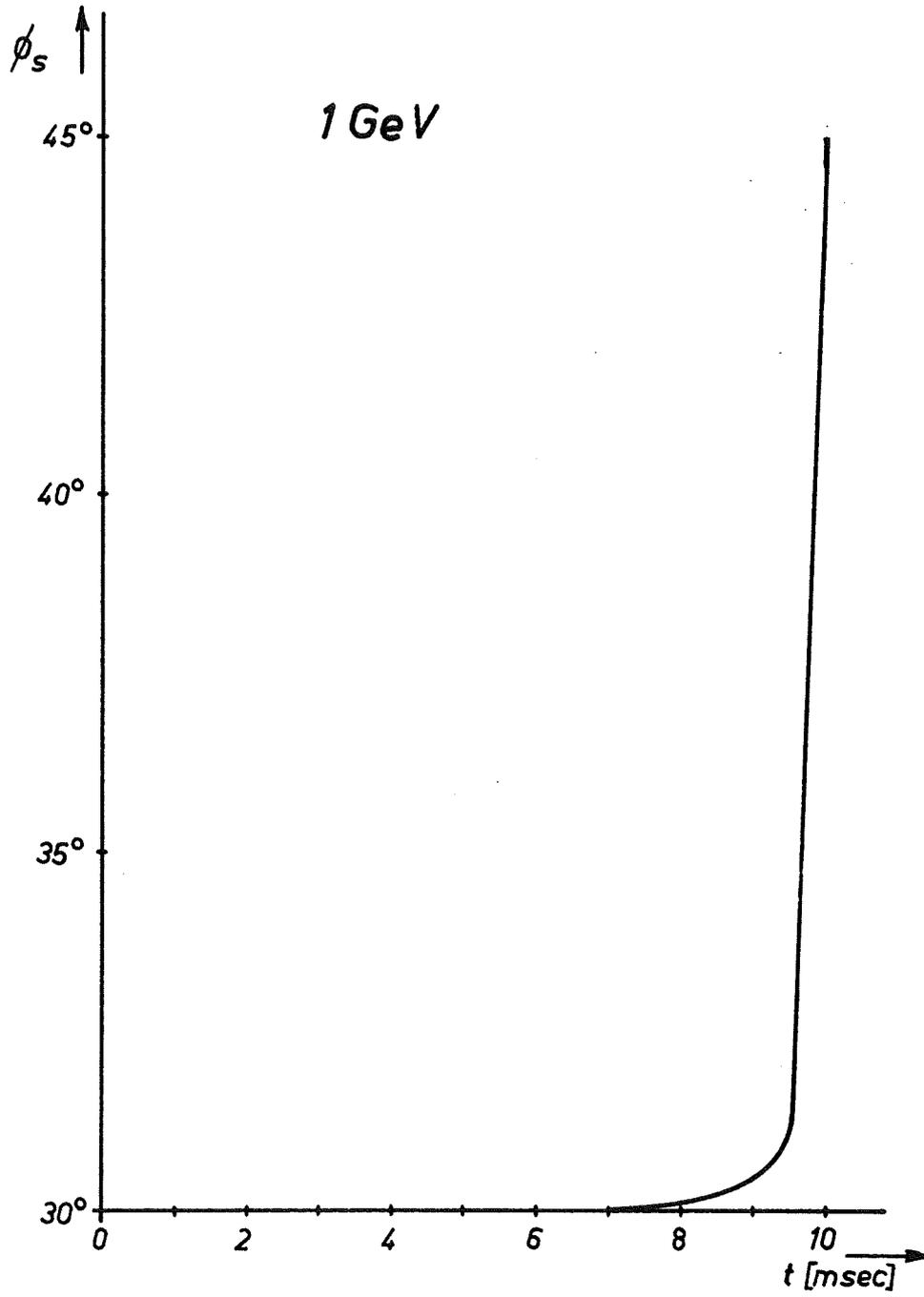




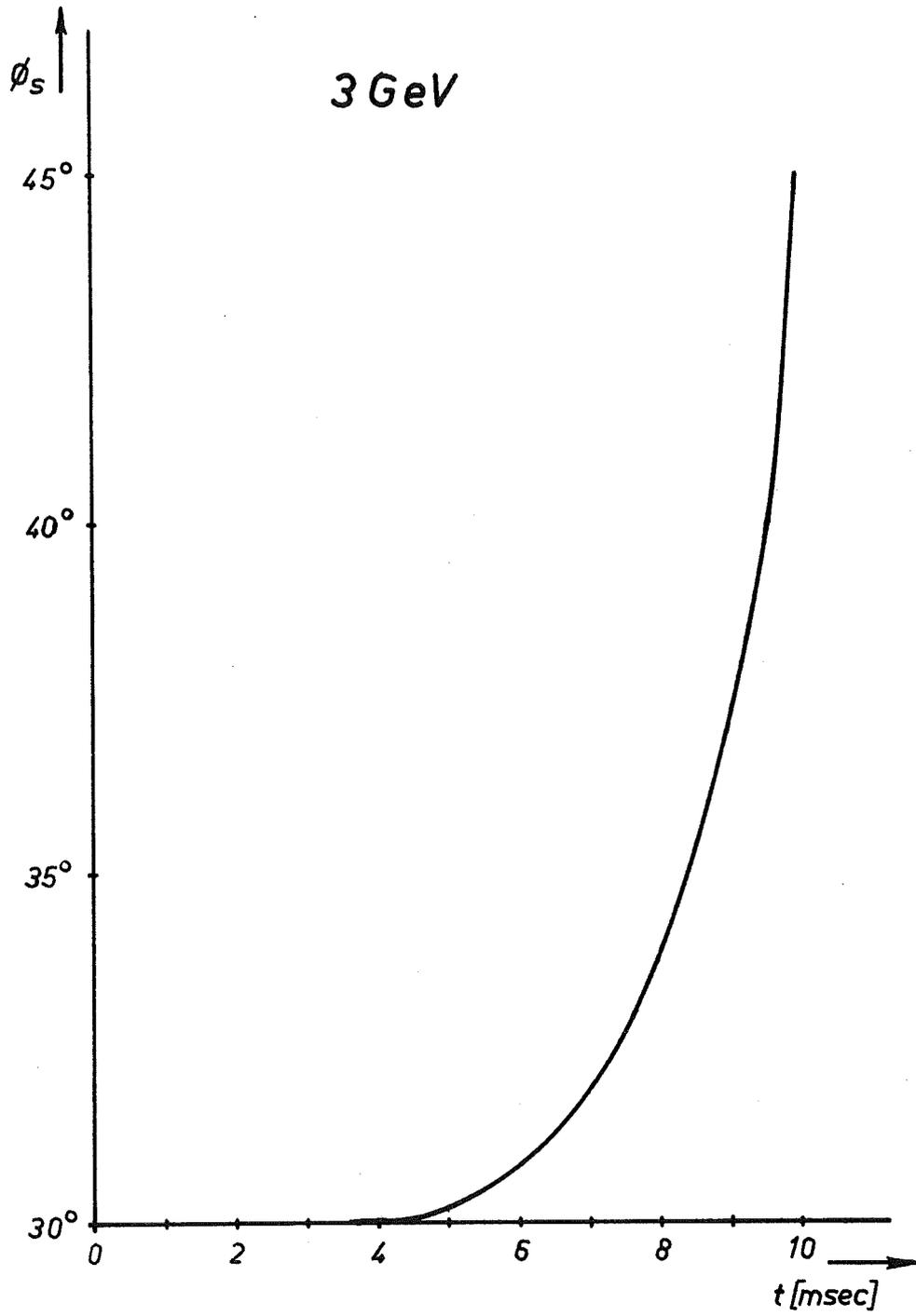




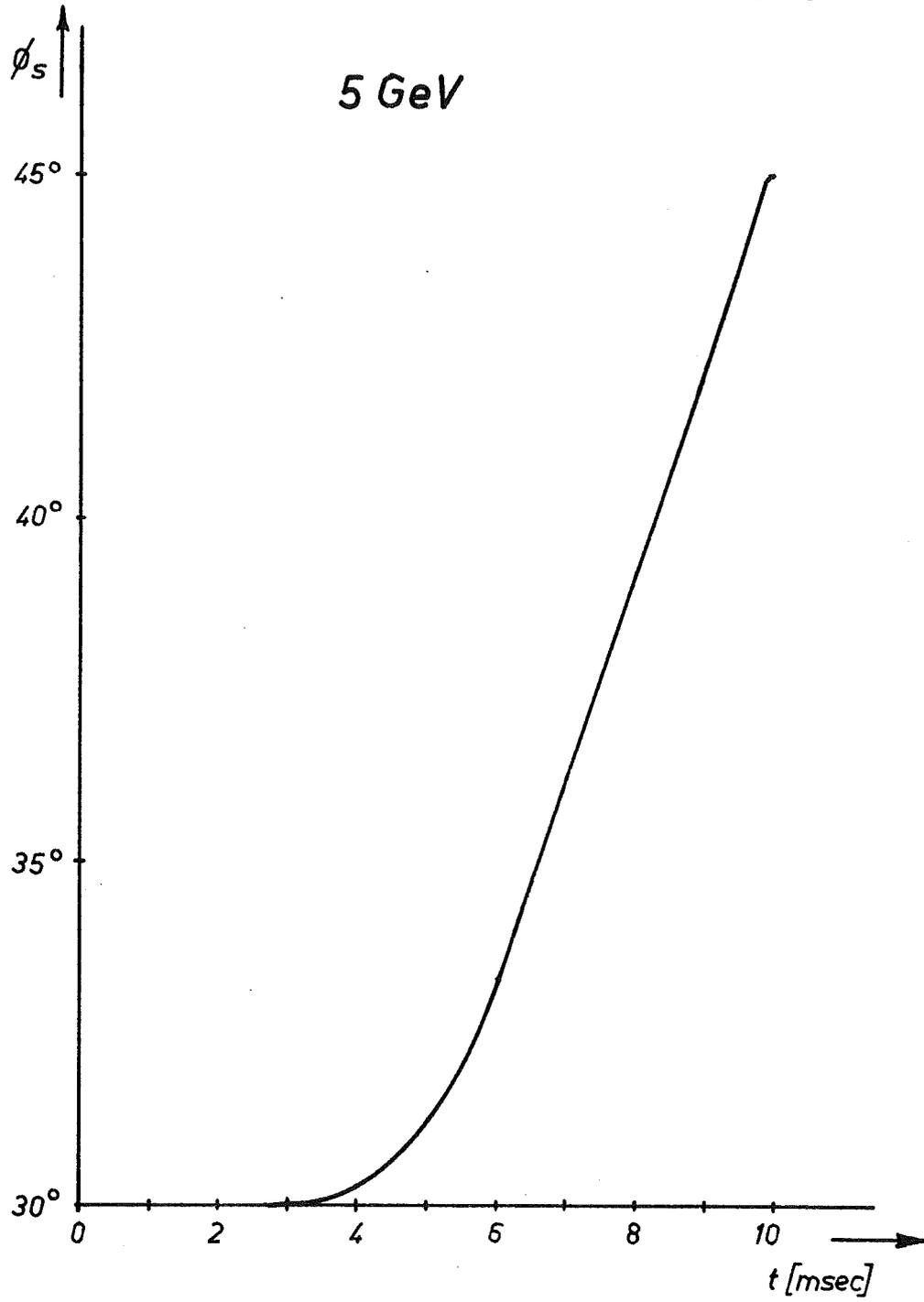
Phasenlage der Teilchen während der Beschleunigung



Phasenlage der Teilchen während der Beschleunigung



Phasenlage der Teilchen während der Beschleunigung



Phasenlage der Teilchen während der Beschleunigung

