

6
DEUTSCHES ELEKTRONEN-SYNCHROTRON
DESY

Hamburg-Gr. Flottbek 1, Flottbeker Drift 56

Desy-Notiz A 2.91

Hamburg, den 6. Juli 1962
M 4-Dr. Ti/VM

DESY-Bibliothek

VORBÜNDELUNG DES DESY-INJEKTORS AUF 500 MHz

1) Zweck

Da der Linearbeschleuniger mit 3000 MHz betrieben wird, hat der injizierte Elektronenstrahl eine Feinstruktur, die der Synchrotronbeschleunigungsfrequenz schlecht angepaßt ist. Beide Frequenzen sind zwar synchronisiert, jedoch liegt die Linacfrequenz 6 mal höher als die des Synchrotrons, so daß auf eine Wellenlänge 6 Elektronenbündel, engl.: Bunche, eingeschlossen werden, die in gleichmäßigem Abstand von $\Delta\theta = 60^\circ$ über die Phase verteilt liegen. Die Bunche selbst haben nur eine Phasenbreite von etwa 1° .

Einen besseren Wirkungsgrad beim Einfang der Elektronen in den stabilen Phasenbereich der Synchrotronschwingungen erzielt man, wenn die gesamte bisher auf 6 Bunche verteilte Elektronenladung auf einen Bunch konzentriert werden kann. Der Strahl hat dann sofort beim Einschub die gleiche 500 MHz-Struktur wie die Beschleunigungsfrequenz. In der Desy-Notiz A 2.2 wurde diese Vorbündelung als Spezifikation für den Injektor mit aufgestellt. In der endgültigen Spezifikation A 2.31 war diese Forderung dann fallen gelassen worden. Die Art der Vorbündelung des Linacstrahls hängt nämlich eng zusammen mit seiner Energiestreuung am Ausgang, die mit 1 %

sehr scharf toleriert werden mußte. Aus diesem Grunde war es nicht möglich, beide Forderungen auf einmal anzustreben. Nachdem jedoch die scharfe Energiestreuung realisiert ist, kann nun auch als zweiter Schritt die Vorbündelung des Strahls auf der Synchrotronfrequenz versucht werden. Die Vorbedingung der Synchronisation beider Frequenzen ist schon geschaffen, indem das Linac Steuersignal aus der Synchrotronbeschleunigungsfrequenz durch Versechsfachung abgeleitet wird.

Der Vorteil einer solchen Vorbündelung liegt dann nicht nur in dem besseren Wirkungsgrad der Injektion, sondern vor allem darin, daß dann von vornherein übersichtliche Verhältnisse bei der Strahlrückwirkung auf die Beschleunigungsresonatoren herrschen; schließlich wird auch die Wärmebelastung der Vakuumkammer vermindert, da nun die Zahl der Elektronen, die nicht in die Akzeptanz fallen, und die nach einigen Umläufen auf die Kammerwand treffen, erheblich viel kleiner ist. Da ein einzelner Bunch nur 1^0 breit ist, hängt das Einfangvermögen, die Akzeptanz der azimuthalen Koordinate, dann praktisch nur noch von der Energiestreuung ab.

2) Möglichkeiten der Vorbündelung auf 500 MHz

Es folgt zunächst eine Aufzählung der möglichen Methoden. Es ist einzusehen, daß jede Vorbündelung bei kleiner Energie günstiger zu machen ist als bei hoher Energie, da man die geringe Geschwindigkeit oder die leichte Ablenkbarkeit ausnutzen kann, das heißt man muß die gewünschte Dichtemodulation des Strahls schon vor dem Eintritt in den Linac vornehmen. Die Methoden zerfallen in zwei Gruppen, je nachdem ob man den Mechanismus der Geschwindigkeitsmodulation ausnutzt durch Einführung achsialer Felder oder den der seitlichen Ablenkung durch transversale Felder. In der ersten Gruppe

wird die vom Klystron her bekannte Phasenfokussierung durch Geschwindigkeitsmodulation beim Linearbeschleuniger nach dem angelsächsischen Sprachgebrauch als Prebunching bezeichnet, im Folgenden durch PB abgekürzt. Dabei wird angestrebt, ein Maximum des von der Kathode her kommenden Elektronenstromes auf einen minimalen Phasenwinkel zu konzentrieren. Anders bei der zweiten Gruppe, wo durch seitliche Ablenkung und Ausblendung des Elektronenstromes dieser in einzelne Bunche zerhackt wird, daher die englische Bezeichnung Chopper. In unserem Falle gehen dadurch 5/6 des Stromes verloren.

Um einen Vergleich der verschiedenen Methoden untereinander und dieser mit dem Fall ohne die Vorbündelung auf 500 MHz zu ermöglichen, setzen wir den Strom von der Kathode konstant gleich i_0 . Ist ferner $\theta^* = \omega * t = 2\pi f^* t$ mit $f^* = 3 \cdot 10^9$ Hz die Phase bezüglich der Linacfrequenz, so soll die zur Bildung eines Bunches am Linaceingang angebotene Ladung Q_0 willkürlich gleich 100 gesetzt werden, also

$$(1) \quad Q_0 = \int_0^T i_0 dt = \int_0^{2\pi} i_0 d\theta^* = 100$$

Ist ferner $\theta = \omega t = 2\pi f t$ mit $f = 5 \cdot 10^8$ Hz die Phase bezüglich der Synchrotronfrequenz, so werden im Intervall $\Delta\theta = 2\pi$ 600 Ladungseinheiten nach (1) zur Injektion angeboten, von denen aber nur etwa die Hälfte zum Einschub bestimmt sind, wegen der begrenzten Phasenacceptanz, die höchstens drei Bunche aufnimmt. Die Bemerkung, die eingangs gemacht wurde, über die Konzentration der Ladung von 6 Bunchen in einem, ist darum nur qualitativ zu verstehen. Quantitativ genügt es, wenn man die Ladung von drei Bunchen auf einen konzentriert, weil man ja bei der Vorbündelung auf der Synchrotronfrequenz nichts mehr verliert.

Damit geht bei Verwendung eines Choppers die für die Injektion verwertbare Ladungsmenge von 300 auf 100 herunter. Das ist von vornherein ein Nachteil dieser Methode.

Das Zerhacken des Strahls ist auf verschiedene Weise möglich. Einmal durch Gittermodulation (GM) direkt an der Kathode, also bei kleinen Spannungen. Diese Methode bietet technisch größte Schwierigkeiten, da die Elektronenquelle wegen der Raumladungskompensation kleinste Abstände erfordert. Außerdem ist schon ein Gitter erforderlich für die Aufsteuerung der Quelle. Diese Art des Choppers soll im Folgenden nicht weiter untersucht werden. Eine weitere Möglichkeit des Zerhackens ergibt sich durch transversale elektrische Ablenkung des Strahls (EA) über eine Eintrittsblende des Linacs, wobei jeweils bei den Nulldurchgängen der Strahl unabgelenkt bleibt. Eine Variante davon ergibt sich, wenn man dem Strahl eine Vorablenkung gibt, so daß er jeweils bei einem Umkehrpunkt unabgelenkt bleibt (EA + VA). Schließlich gibt es noch die Aufspreizung des Strahls mit Hilfe magnetischer Felder, entweder einer Quadrupollinse (QL), die nur in einer Ebene fokussieren kann, oder einem Quadrupoltripel (QT), das in beiden Ebenen senkrecht zum Strahl fokussieren kann, oder einer magnetischen Elektronenlinse (ML). Die Aufspreizung des Strahls erfolgt bei diesen drei Methoden durch periodische Veränderung der Brennweite f , wobei nur in einem Bereich um $f = \infty$ der Strahl ungestört in die Eintrittsblende des Linacs eintritt.

Bei allen Eingriffen, die auf diese Weise in den Injektionsteil der LB gemacht werden, ist zu beachten, daß der LB bereits eine Vorbündelung durch Phasenfokussierung auf 3000 MHz hat (PB 3,00), die den Strahl am Linaceingang auf einen Phasenbereich von $\Delta\theta^* = 20^\circ$ konzentriert. Diese Vorbündelung ist notwendig zur Einhaltung des scharfen Energiespektrums. Welche Bedingungen dieser PB für die Vorbündelung auf der Synchrotronfrequenz stellt, wird in Abschnitt 4) erläutert.

Die folgende Zusammenstellung gibt eine Übersicht über die möglichen Methoden. Die Ziffern geben die erforderliche Betriebsfrequenz in GHz an:

1)	PB 3,00 + PB 0,50	}	Prebuncher
2)	PB 0,50		
3)	PB 3,00 + GM 0,50	}	Chopper
4)	PB 3,00 + EA 0,25		
5)	PB 3,00 + EA 0,50 + VA		
6)	PB 3,00 + QL 0,25		
7)	PB 3,00 + QT 0,25		
8)	PB 3,00 + ML 0,25		

Es soll zunächst die Phasenfokussierung durch Geschwindigkeitsmodulation diskutiert werden bis zur Ermittlung der technischen Parameter (Abschnitte 3), 4), 5), 6). Dann folgt eine Gegenüberstellung der verschiedenen Choppermethoden hinsichtlich ihrer Wirksamkeit, wobei die Frage nach dem eigentlichen Ablenkelement offen bleibt (Abschnitt 7)). Schließlich sollen die technischen Daten für den Fall der Magnetischen Linse näher diskutiert werden.

3) Kurze Darstellung der Phasenfokussierung durch Geschwindigkeitsmodulation

Die Geschwindigkeitsmodulierte Elektronenströmung zur Erzielung einer Phasenfokussierung ist vom Klystron her bekannt. Elektronen der Geschwindigkeit v_0 treten in einen Modulator ein, der ihre Geschwindigkeit periodisch moduliert. Ist t_1 der Zeitpunkt des Durchgangs durch den Modulator, so verlassen diese Elektronen ihn mit der Geschwindigkeit:

$$(1) \quad v = v_0 + \Delta v(t_1) = v_0 \left(1 + \frac{\Delta v(t_1)}{v_0} \right)$$

Darin ist $(\Delta v(t_1)/v_0)$ eine periodische Funktion irgend einer Periode T . Praktisch läßt sich bei hohen Frequenzen nur eine harmonische Modulation realisieren. Wir betrachten darum spezieller den Fall

$$(2) \quad \frac{\Delta v}{v_0} = g \cdot \sin \omega t_1 \quad \text{mit } \omega = \frac{2\pi}{T},$$

wobei wir g als Modulationsgrad bezeichnen können. Entscheidend für die Phasenbündelung ist die Laufstrecke hinter dem Modulator, die mit h bezeichnet werden soll. Kommt das Elektron zum Zeitpunkt t_2 am Ende der Strecke an, worunter wir uns jetzt den Linaceingang vorstellen müssen, so braucht es zum Durchlaufen der Strecke h die Zeit

$$(3) \quad \begin{aligned} t_2 - t_1 &= \frac{h}{v} = \frac{h}{v_0} \left(1 - \frac{\Delta v}{v_0} \right) \\ &= \frac{h}{v_0} (1 - g \cdot \sin \omega t_1) \quad \text{für } \frac{\Delta v}{v_0} \ll 1 \end{aligned}$$

Durch Multiplikation mit ω geht die Zeitgleichung in eine Beziehung zwischen den Phasenwinkeln $\theta = \omega t$ über:

$$(4) \quad \begin{cases} \theta_2 - \theta_0 = \theta_1 - \theta_0 g \sin \theta_1 \\ \theta_0 = \frac{\omega h}{v_0} \end{cases}$$

dabei ist θ_0 der konstante Laufzeitwinkel eines Elektrons der Geschwindigkeit v_0 über die Strecke h . In Abb. 1a ist dieser Zusammenhang dargestellt mit den Parametern $g = 0,1$
 $\theta_0 = 18 \quad \omega = 3,14 \cdot 10^9 \quad v_0 = 0,41 \text{ c } (\approx 50 \text{ kV})$
 $h = 0,706 \text{ m}.$

Über das Intervall $-\pi \leq \theta_1 \leq \pi$ sind die Elektronen gleichmäßig verteilt, siehe die Punkte auf der Bunchingkurve in Abb. 1a. Einen Begriff von der Stromverteilung über die Phase θ_2 erhält man, wenn man diese Punkte pro

Intervall $\Delta \theta_2$ auszählt. Das gibt die Stromverteilung Abb. 1b, als Vergleich ist $i(\theta_1)$ gestrichelt eingezeichnet. Im betrachteten Fall liegen 75 Ladungseinheiten in einem Intervall $\Delta \theta_2 = 60^\circ$.

Von Bedeutung ist ferner die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen in dem über θ_2 entstandenen Bunch. Diese ist in Abb. 1c aufgetragen. Die Abweichungen der Geschwindigkeit von v_0 sind gerade im Bunch am größten und betragen bis zu 10 % nach beiden Seiten.

Das Phasengebiet, in dem der größte Anteil der Ladung über $\theta_2 - \theta_0$ konzentriert wird, liegt zwischen den Maxima der Bunchingkurve (4). Bedeutet $\Delta \theta_2$ den Abstand dieser Maxima, so ist die so definierte Bunchbreite eine Funktion von $(\theta_0 g)$:

$$(5) \quad \Delta \theta_2 = \left[(\theta_0 g)^2 - 1 \right]^{1/2} - \arccos (1/\theta_0 g)$$

Diese Abhängigkeit ist in Abb. 2 dargestellt.

4) Vorbündelung auf 500 und 3000 MHz durch Geschwindigkeitsmodulation

Die erste Möglichkeit ändert an dem zur Zeit bestehenden Injektionsteil des LB nur insofern etwas, als unter Verlängerung des Abstandes zwischen dem PB 3,00 und der Elektronenquelle ein PB für 500 MHz geschaltet wird. Dieser letztere PB konzentriert die Ladung auf einen Phasenbereich $\Delta \theta_2 = 60^\circ$ am Ort des PB 3,00, der dann die weitere Bündelung des Linacstrahls wie bisher besorgt. Diese weitere Bündelung setzt allerdings voraus, daß der Strahl nur wenig in der Geschwindigkeit moduliert ist, wenn er in den

PB 3,00 eintritt. Um das zu beurteilen, ist die Kenntnis der Parameter des PB 3,00 notwendig, die im Folgenden aufgeführt sind:

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{ll} h^* & = 0,30 \text{ m} \\ v_o^* & = 0,41 \text{ c} \\ \omega^* & = 2\pi \cdot 3 \cdot 10^9 = 1,88 \cdot 10^{10} \\ \Delta \theta_2^* & = 20^\circ \\ \theta_o^* & = 45,9 \\ \theta_o^* g^* & = 1,35 \\ g^* & = 0,0294 \end{array} \right\} \text{ PB 3,00}$$

In dem Beispiel der Abb. 1 war der Fall $\Delta \theta_2 = 60^\circ$ schon vorweggenommen. Man sieht, daß zwar der Strom weitgehend auf diesen Phasenbereich konzentriert wird, jedoch beträgt die verwendete Geschwindigkeitsmodulation $\pm 10 \%$, das heißt g ist zu hoch. Damit $g \ll g^*$ wird, müßte etwa $g = 0,003$ gewählt werden, was auf einen Laufweg von $h = 23,5 \text{ m}$ führt. Damit ist diese Methode praktisch nicht durchführbar.

Diese Methode scheitert also nicht an der genügenden Konzentration der Ladung auf einen gewünschten Phasenbereich, sondern an der damit in jedem Falle eingeführten Energiestreuung. Mit einer Sägezahnmodulation könnte man sogar, wenn man von Raumladungswirkungen absieht, beliebig viel Ladungsanteil in einem beliebig kleinen Phasenwinkel konzentrieren. Diese Verhältnisse zeigt Abb. 3 (gestrichelte Linie). Die Modulation ist dann:

$$(7) \quad \frac{\Delta v}{v_o} = A \omega t_1 = A \theta_1$$

und somit

$$(8) \quad \theta_2 - \theta_o = \theta_1 - \theta_o \quad A \theta_1 = 0 \quad \text{für } A = \frac{1}{\theta_o}$$

Fordert man etwa wieder $\Delta \theta_2 = 60^\circ$, so wird $A = 5/6 \theta_o$

(ausgezogene Linie). Die dem Modulationsgrad entsprechende Größe wird dadurch jedoch nicht verringert:

$$(9) \quad g \approx \frac{\Delta v}{v_0} = A \pi = \frac{5\pi}{6\theta_0}$$

Unter Benutzung der früheren Zahlenwerte erhält man für $(\Delta v/v_0) = 0,003$ einen Laufweg von $h = 33,3$ m.

Praktisch könnte man den Sägezahn durch Hinzunahme höherer Harmonischer der Grundmodulationsfrequenz annähern, nämlich durch eine Kette von Resonatoren mit $\omega, 2\omega, 3\omega$

$$(10) \quad \frac{\Delta v}{v_0} = g \left(\sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2 \omega t + \frac{1}{3} \sin 3 \omega t - \dots \right),$$

jedoch zeigt das Beispiel des idealen Sägezahns, daß diese Maßnahme, abgesehen von den größeren technischen Schwierigkeiten, keinen Fortschritt hinsichtlich einer Reduzierung der Energiestreuung bringt.

5) Vorbündelung auf 500 MHz allein, durch Geschwindigkeitsmodulation

Die Datensammlung (6) zeigt, daß am Eingang des LB eine Bunchbreite von $\Delta \theta_2^* = 20^\circ$ erforderlich ist. Für einen PB 0,50 bedeutet das die Forderung

$$(11) \quad \Delta \theta_2 = 3,3^\circ$$

Daraus folgt nach Abb. 2, daß $\theta_0 g = 1,10$ sein muß, so daß jetzt die folgenden Parameter vorgeschrieben sind:

$$(12) \left\{ \begin{array}{lcl} h & = & 1,463 \text{ m} \\ v_0 & = & 0,41 \text{ c} \\ \omega & = & 2\pi \cdot 0,5 \cdot 10^9 = 3,14 \cdot 10^9 \\ \Delta \theta_2 & = & 3,3^\circ \\ \theta_0 & = & 37,4 \\ \theta_0 g & = & 1,10 \\ g & = & 0,0294 \end{array} \right\} \text{ PB } 0,50$$

Diese Verhältnisse sind in Abb. 4 wiedergegeben. Die eingeklammerten Zahlen geben die Zahl der Ladungseinheiten nach Gl. 1. Es liegen jetzt 162 Ladungseinheiten innerhalb der geforderten $3,3^\circ$ Bunchbreite. Das ganze 60° -Intervall um die Stromspitze enthält sogar 300 Ladungseinheiten, während die restlichen 5 Intervalle etwa je 60 Ladungseinheiten haben. In der Abb. 5 ist die Bunchingkurve und die Stromverteilung noch einmal um die Stromspitze vergrößert aufgetragen und gleichzeitig mit der Wirkung des PB 3,00 verglichen (schraffiert). Die folgende Tabelle ist eine Gegenüberstellung der Ladungseinheiten in den Intervallen $\Delta \theta_2 = 60^\circ$ und $3,3^\circ$ der beiden Prebuncher, wie sie als Integral über die Funktionen $i(\theta_2)$ und $i(\theta_2^*)$ der Abb. 4 und 5 folgen. Die Bunche sind dabei von 1 bis 6 durchnummeriert, wobei der interessante Bunch willkürlich die Nr. 6 erhält:

Intervall No.	PB 3,00		PB 0,50	
	60°	$3,3^\circ$	60°	$3,3^\circ$
1	100	50	66	4
2	100	50	57	3
3	100	50	54	3
4	100	50	57	3
5	100	50	66	4
6	100	50	300	162
Σ	600	300		

Das Intervall No. 6 enthält damit gerade die geforderten 300 Ladungseinheiten, und auch in dem eigentlichen Bunch liegen noch mehr als die Hälfte der Elektronen, die bei Vorbündelung auf 3000 MHz über alle 6 Bunche auf $3,3^0$ gebündelt werden.

Eine besondere Frage ist allerdings der Nachweis der erfolgreichen Vorbündelung auf 500 MHz. Zwar sind die Ladungsverhältnisse für den interessanten Bunch No. 6 noch günstiger als bei 3000 MHz, auch die Geschwindigkeitsstreuung ist geringer, was man leicht aus der Bunchingkurve Abb. 5 ableitet. Beides sollte zu einer besseren Energiestreuung bei 40 MeV führen. Dagegen führt die Ladung in den restlichen fünf Intervallen - das ist immerhin die Hälfte des Stromes - zu einer schlechteren Energiestreuung, und, da der Linacstrom nur integral gemessen werden kann, gibt das Energiespektrum keine direkte Aussage über die Wirksamkeit eines PB auf einer subharmonischen Frequenz.

Das Energiespektrum am Linacausgang ist die einzige Kontrollmöglichkeit für die optimale Einstellung des PB nach Phasenlage und Modulationsgrad.

Nach dem Vorhergehenden erscheint die Vorbündelung durch einen PB 0,50 eine aussichtsreiche Methode zu sein. Die Elektronenquelle braucht nur um den notwendigen Laufweg h zurückgesetzt zu werden, wobei allerdings noch eine Reihe von Problemen zu lösen sind, die hier nicht näher zu erörtern sind. Im folgenden Abschnitt sollen die Angaben über den erforderlichen 500 MHz-Resonator zusammengestellt werden.

6) Prebuncher-Resonator auf 500 MHz

Als Resonator kann, wie üblich, ein zylindrischer Hohlraum verwendet werden, dessen Stirnseiten auf der Achse für den Durchtritt des Elektronenstrahls durchbohrt sind. Der Zylinder habe die Höhe l und den Radius a (Innenmaße). In ihm wird eine E_{010} -Schwingungsform erregt, die folgende Feldkomponenten hat:

$$(13) \quad \begin{cases} E_z = J_0(k\varrho) & H_z = 0 \\ E_\varrho = 0 & H_\varrho = 0 \\ E_\varnothing = 0 & H_\varnothing = -\frac{i\omega}{c} k J'_0(k\varrho) \end{cases}$$

J_0 bezeichnet darin die Besselfunktion 1. Art, 0^{ter} Ordnung, J'_0 ihre Ableitung nach dem Argument $k\varrho$. $z, \varrho, \varnothing$ sind die Zylinderkoordinaten im Hohlraum. k bestimmt sich aus der Bedingung, daß E_z am Rande verschwindet, das ist für

$$(14) \quad k_{010} a = 2,405$$

der Fall (erste Nullstelle von J_0). Die Resonanzfrequenz ist gegeben durch ($\epsilon = 1, \mu = 1$ gesetzt):

$$(15) \quad f_{010} = \frac{c k_{010}}{2\pi} = \frac{2,405}{2\pi} \cdot \frac{c}{a},$$

wo c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet.

Wegen $f_{010} = 5 \cdot 10^8$ Hz folgt daraus der Zylinderradius a , und k zu

$$(16) \quad \begin{cases} a = 22,95 \text{ cm} \\ k_{010} = 0,1046 \text{ cm}^{-1} \end{cases}$$

Die Güte des Resonators ist bei dieser Schwingungsform abhängig von der Höhe des Topfes l :

$$(17) \quad Q = Q_{\infty} \cdot \frac{1}{1 + \frac{a}{l}}, \text{ mit } Q_{\infty} = \frac{2\pi a}{c} \left(\frac{\epsilon_1}{\mu_1} f_{010} \right)^{1/2}$$

mit $\mu_1 = 1$, $\epsilon_1 = 54 \cdot 10^{16}$ Elektrostatische Einheiten für die Leitfähigkeit des Kupfermantels erhält man für $l \rightarrow \infty$ den asymptotischen Wert

$$(18) \quad Q_{\infty} = 79\,000$$

Es interessiert die HF-Leistung, die nötig ist, um den Resonator auf die Modulationsspannung zu erregen. Nach (12) ist ein $g = 0,03$ erforderlich, so daß mit der Injektionsspannung $V_0 = 5 \cdot 10^4$ Volt folgt:

$$(19) \quad \Delta V = g \cdot V_0 = 1\,500 \text{ Volt}$$

An den Strahl wird keine Leistung abgegeben. An den Resonator jedoch die Leistung

$$(20) \quad N = \frac{(\Delta V)^2}{2 R}$$

wo R den Resonanzwiderstand darstellt. Es ist für diesen Fall

$$(21) \quad R = 185 \cdot Q \cdot \frac{1}{a} (\Omega)$$

Führt man in Gl. (20) R , ΔV und Q aus den Gln. (21), (19) und (17) ein, so erhält man die erforderliche Leistung in Abhängigkeit von einem Parameter $\eta = l/a$:

$$(22) \quad N = \frac{(\Delta V)^2}{2 \cdot 185 \cdot Q_{\infty}} \cdot \frac{1 + \eta}{\eta^2} = 0,077 \frac{1 + \eta}{\eta^2} \text{ (VA)}$$

In Abb. 6 ist N gegen η aufgetragen. Die Länge l des Resonators ist klein zu halten, da die endliche Durchlauf-

zeit des Elektrons die effektive Feldstärke kleiner erscheinen läßt. Bei einer Länge von $l = 2$ cm ist das Verhältnis der Durchgangszeit t zur Schwingungsdauer T aber nur

$$(23) \quad \frac{t}{T} = \frac{l}{v T} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^8}{0,41 \cdot 3 \cdot 10^{10}} = 0,0813$$

was einem Laufwinkel von 30° entspricht. Dabei weicht die mittlere Feldstärke nur um 0,2 % von der wahren Feldstärke ab, die Durchgangszeit ist dann also zu vernachlässigen. Mit $a = 23$ cm, also $(l/a) = 0,087$ folgt die erforderliche HF-Leistung aus Abb. 6 zu $N = 11$ Watt. Die Güte folgt dann aus (17) zu

$$(24) \quad Q = 6\,330$$

7) Vorbündelung durch Zerhacken (Chopper)

Hier handelt es sich zunächst darum, die in Abschnitt 2 aufgezählten Methoden 4 bis 8 miteinander zu vergleichen im Hinblick auf ihren Wirkungsgrad W . Der Wirkungsgrad sei definiert als die Ladungsmenge Q_6 , die dem PB 3,00 über $\Delta \theta^* = 2\pi$ angeboten wird, im Verhältnis zur gesamten Ladungsmenge $6Q_0$ über $\Delta \theta = 2\pi$.

Ferner soll von der Kathode her in jedem Fall ein Parallelstrahl von $g = 2$ mm Radius angenommen werden, während der PB 3,00 eine Eintrittsblende vom gleichen Radius (b) hat, die die unerwünschten Elektronen abfängt. Erwünscht ist Eintritt von möglichst vielen Elektronen über eine Linacperiode, $\Delta \theta^* = 2\pi$, dagegen Eintritt von möglichst wenigen über die folgenden 5 Perioden. Jeder Chopper führt im übrigen zusätzliche Strahldivergenz ein, die über die interessante Periode auf ± 4 mrad begrenzt sein soll.

Es folgt eine kurze Charakterisierung der einzelnen Choppermethoden, mit dem Ziel, den Wirkungsgrad abzuschätzen.

7.1) EA 0,25

Im Strahlengang liegt, auf die Kathode folgend, ein Ablenkkondensator, dessen elektrisches Feld

$$(25) \quad E = E_0 \cdot \sin \frac{1}{2} \theta$$

den Strahl periodisch über die Eintrittsblende bewegt. Bei den Nulldurchgängen tritt jeweils die volle Intensität ein. Ist das Feld ungleich Null, so schneidet die Blende einen Teil der Intensität ab. Der noch eintretende Anteil ergibt sich als Verhältnis der gemeinsamen Fläche F zweier sich schneidender Kreise vom Radius b mit dem Mittelpunktsabstand y zur Kreisfläche:

$$(26) \quad \frac{i}{i_0} = \frac{F}{\pi b^2} = \frac{2}{\pi} \left(\arccos \frac{y}{2b} - \frac{y}{2b} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{2b}\right)^2} \right)$$

Hierin ist y die seitliche Auslenkung des Strahls, eine Funktion von $1/2 \theta$:

$$(27) \quad y = y_0 \cdot \sin \frac{1}{2} \theta$$

y_0 bestimmt sich aus der Forderung, daß für $\theta = 30^\circ$ (i/i_0) verschwindet, also $y = 4 \text{ mm}$

$$(28) \quad y_0 = \frac{4}{\sin 15^\circ} = 15,42 \text{ mm}$$

Damit ist der Stromanteil (26) als Funktion der Phase berechenbar. Es ergibt sich eine Art Dreiecksfunktion, wie Abb. 7 zeigt.

Durch die Divergenzforderung wird schließlich der Abstand h des Ablenkfeldes von der Eintrittsblende und das Ablenkkfeld selbst festgelegt.

Ein Randstrahl wird maximal um die Strecke der Blendenöffnung $2b = 4 \text{ mm}$ abgelenkt, so daß folgt

$$(29) \quad h = \frac{4 \text{ mm}}{4 \text{ mrad}} = 1 \text{ m}$$

Ein Ablenkkondensator der Länge l und dem Plattenabstand d schließlich produziert bei der Spannung U einen Ablenkwinkel von

$$(30) \quad y' = \frac{e U l}{m v^2 d} = \frac{e U}{m_0 c^2} \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \sqrt{1 - \beta^2} \cdot \frac{1}{d}$$

$$\otimes = \frac{e V_i}{m_0 c^2} ; \quad \beta = \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{1 + \otimes} \right)^2}$$

Darin ist V_i die schon früher angeführte Injektionsspannung von 50 kV, $m_0 c^2 = 0,511 \text{ MeV}$, so daß $\otimes = 0,0978$ und $\beta = 0,411$ folgt.

Bezeichnet U_0 die maximal erforderliche Spannung am Ablenker, um an der Eintrittsblende die Auslenkung y_0 hervorzurufen, so bestimmt sich diese Amplitude nach Gl. (30) aus der Beziehung

$$(31) \quad U_0 \frac{d}{l} = \frac{y_0 m_0 c^2 \beta^2}{e h \sqrt{1 - \beta^2}} = 1,467 \cdot \frac{d}{l} \text{ [kV]}$$

Diese Anforderungen lassen sich technisch bequem realisieren.

7.2) EA 0,50 + VA

Diese Art Chopper ist wirkungsvoller, wenn man eine Vorablenkung benutzt, so, daß bei einem Feldmaximum der Strahl unabgelenkt hindurch geht. Man braucht dann die doppelte Frequenz. Gl. (27) geht über in

$$(32) \quad y = y_0 (\sin \theta + 1)$$

und für y_0 findet man entsprechend Gl. (28):

$$(33) \quad y_0 = \frac{4}{\sin 240^\circ + 1} = 29,8 \text{ mm}$$

Für den Randstrahl mit maximaler Divergenz gilt dasselbe wie vorher, so daß $h = 1 \text{ m}$ bleibt. Dagegen ist U_0 jetzt gegeben durch:

$$(34) \quad U_0 \frac{d}{l} = 2,84 \frac{d}{l} \quad [\text{kV}]$$

Der injizierte Stromanteil als Funktion der Phase ist in Abb. 8 aufgetragen. Man erkennt, daß der etwas bessere Wirkungsgrad auch mit höherer Ablenkspannung bezahlt werden muß.

7.3) QL 0,25

Auf die Kathode folgend, im Abstand h von der Eintrittsblende, steht eine Quadrupollinse, deren Brennweite periodisch geändert wird. Dabei wird der Strahl im allgemeinen zerstreut und nur um $f = \infty$ tritt er voll in die Blende ein. Die Brechkraft $q = 1/f$ ist direkt dem Strom oder der Spannung an der Linse proportional, daher gilt in den beiden Brennebenen:

$$(35) \quad q_{x,y} = \pm q = \pm q_0 \cdot \sin \frac{1}{2} \Theta$$

Ein eintretender Parallelstrahl der Öffnung $2b$ wird in einer Ebene fokussiert, in der anderen defokussiert, so daß er am Ort der Eintrittsblende einen elliptischen Querschnitt mit den Halbmessern

$$(36) \quad |D_{x,y}| = b \cdot |1 - h g_{x,y}|$$

hat, über den die Strahlintensität etwa gleichmäßig verteilt ist. Solange die Brennweite $f_x \leq h/2$, bzw. $q_x \geq 2/h$, bleibt, ist der eintretende Anteil gegeben durch das Flächenverhältnis von Kreisblende und Ellipse:

$$(37) \quad \frac{i}{i_0} = \frac{\pi b^2}{\pi b^2 |1 - h^2 q^2|} = \frac{1}{|1 - h^2 q^2|} ; \quad q_x \geq \frac{2}{h}$$

Für die Brennweiten $> h/2$ wird ein Halbmesser kleiner als b , so daß jetzt die Eintrittsintensität im wesentlichen gegeben ist durch das Verhältnis des Blendenhalbmessers zu dem anderen Ellipsenhalbmesser:

$$(37') \quad \frac{i}{i_0} = \frac{b}{|D_y|} = \frac{1}{1 + hg} ; \quad 0 \leq q_x \leq \frac{2}{h}$$

Wir verlangen, daß $f_x = h/2$ für $\Theta = 30^\circ$ erreicht ist, dann wird h bestimmt durch die Divergenzforderung, es gilt nämlich $x'_{\max} = (2b/h)$, und daraus

$$(38) \quad h = \frac{2b}{x'_{\max}} = \frac{4 \text{ mm}}{4 \text{ mrad}} = 1 \text{ m.}$$

Damit folgt auch q_0 zu

$$(39) \quad q_0 = \frac{2}{h \cdot \sin 15^\circ} = 7,73 \text{ m}^{-1}$$

Mit diesen Daten läßt sich die Intensitätsverteilung in Abhängigkeit von θ aus den Gln. (37), (37') berechnen (Abb. 9). Man sieht, daß viel Strom in den Bereich außerhalb des gewünschten Bunches fällt. Außerdem ist die technische Realisierung einer solchen Quadrupollinse für 250 MHz fraglich.

7.4) QT 0,25

Das ist noch fraglicher bei einem Quadrupoltripel, das also hier mehr ein gedankliches Gebilde darstellen soll, für das im Gegensatz zur Einzellinse jederzeit die Bedingung $f_x = f_y$ gelten soll. Es ist also jetzt

$$(40) \quad q_x = q_y = q = q_0 \cdot \frac{1}{2} \theta,$$

und an der Eintrittsblende hat der Strahl einen kreisförmigen Querschnitt mit dem Halbmesser

$$(41) \quad |D| = b \left| 1 - h \cdot q \right|,$$

so daß die eintretende Intensität nun gegeben ist durch

$$(42) \quad \frac{i}{i_0} = \frac{1}{(1 - h q)^2} \quad ; \quad q \geq \frac{2}{h}$$

Für $f \geq h/2$ bzw. $q \leq 2/h$ geht der ganze Strom hindurch, also $(i/i_0) = 1$.

Es sei wieder $f = h/2$ für $\theta = 30^\circ$ erreicht, dann ergibt sich $h = 1 \text{ m}$ wie in Gl. (38). Ebenso folgt $q_0 = 7,73 \text{ m}^{-1}$.

Die durch Gl. (42) dargestellte Intensitätsverteilung zeigt Abb. 10. Im Vergleich zur QL 0,25 ist der Wirkungsgrad besser, aber es treten auch sehr viel Elektronen außerhalb des gewünschten Intervalls in den Linac ein.

7.5) ML 0,25

Das zerstreuende Medium ist jetzt eine magnetische Zylinderlinse. Im Unterschied zum Quadrupoltripel ist hier die Brechkraft quadratisch von deren Erregung abhängig, also

$$(43) \quad q = q_0 \cdot \sin^2 \frac{1}{2} \theta$$

Die Intensitätsverteilung über θ ist mit Gl. (42) identisch. Desgleichen ergibt sich $h = 1$ m aus der Divergenzforderung. q wird Null bei $\theta = 0, \pi$; um diesen Wert herum tritt die volle Intensität ein. Die Grenze liege wieder bei $\theta = 30^\circ$ und $f = h/2$, dann ergibt sich q_0 , die maximal erforderliche Brechkraft, zu

$$(44) \quad q_0 = \frac{2}{h \sin^2 15^\circ} = 29,9 \text{ m}^{-1}$$

Die Stromverteilung zeigt Abb. 11. Sie ist weitaus günstiger als bei allen anderen Choppermethoden. Bei voller Intensität innerhalb des einen Intervalls liegt nur wenig Strom außerhalb desselben.

7.6) Vergleich der Wirkungsgrade

Integriert man in den Abbildungen 7 bis 11 den Stromanteil über die Phase, dann erhält man die in den Linac eintretenden Ladungseinheiten Q_6 und die außerhalb fallen-

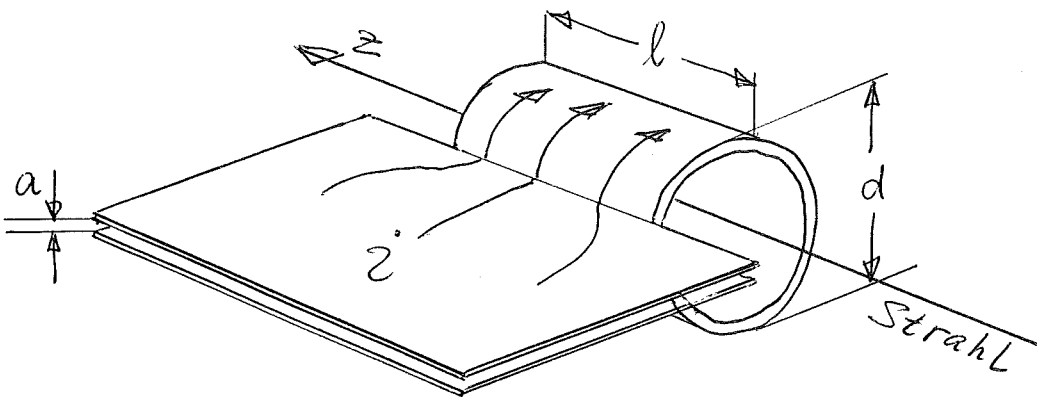
den Ladungseinheiten, schließlich erhält man daraus den eingangs definierten Wirkungsgrad w . Diese Angaben sind in der folgenden Tabelle enthalten:

Chopper	Q_6	$\sum_{i=1}^5 Q_i$	w
EA 0,25	41	0	0,068
EA 0,5 + VA	58	0	0,097
QL 0,25	54	31	0,090
QT 0,25	100	48	0,166
ML 0,25	100	15	0,166

Die magnetische Linse ist dabei allen anderen Methoden eindeutig überlegen. Im letzten Abschnitt soll darum geprüft werden, ob eine solche Anordnung technisch zu verwirklichen ist.

8) Zerhacken durch magnetische Linse

Eine magnetische Linse wird realisiert durch einen stromdurchflossenen Kreisring vom Durchmesser d und der Länge l . Dieser Ring bildet den induktiven Teil eines Schwingkreises aus konzentrierten Elementen. Die Kapazität wird durch angehängte Fahnen gebildet, etwa nach Art der Abbildung:



Wir betrachten zunächst den Zusammenhang zwischen Linsenstrom i und Brechkraft q der Linse. Wie in der Abbildung angedeutet, fließt i als Mantelstrom senkrecht zur Linsenachse. Er ruft auf der Linsenachse ein Magnetfeld hervor, das, wenn d nicht zu groß ist, folgende Gestalt hat:

$$(45) \quad B_z = \frac{B_0}{1 + \left(\frac{2z}{l}\right)^2} ; \quad d \lesssim h$$

Die Brechkraft einer solchen Linse ist dann

$$(46) \quad \begin{cases} q = \frac{2}{l} \sin \left(\frac{\pi}{\sqrt{1 + k^2}} \right) \quad \text{mit} \\ k^2 = \frac{e B_0^2 l^2}{32 m_0 V_i^*} ; \quad V_i^* = V_i \left(1 + \frac{1}{2} \otimes \right) \end{cases}$$

(für V_i , $\otimes$ siehe Gl. 30). Durch Integration von B_z über einen geschlossenen Weg längs der Achse und über das Unendliche zurück kann man B_0 mit i in Verbindung bringen und dadurch k^2 vereinfachen:

$$(47) \quad \oint_{-\infty}^{\infty} B_z dz = \int \frac{B_0 dz}{1 + \left(\frac{2z}{l}\right)^2} = \frac{l\pi}{2} B_0 ; \quad B_0^2 = \frac{4 \mu_0^2 i^2}{l^2 \pi^2}$$

$$(48) \quad k^2 = \frac{e \mu_0^2}{8 m_0 \pi^2} \frac{i^2}{V_i^*} = 0,00352 \frac{i^2}{V_i^*}$$

k^2 ist eine dimensionslose Größe, wobei i in Amp und V_i^* in Volt gemessen sind. Geht man zu kleinen k^2 über und setzt außerdem V_i^* ein, so gilt

$$(49) \quad q \approx \frac{\pi}{l} k^2 = 0,201 \cdot 10^{-6} \frac{i^2}{l}$$

Ordnen wir der in Gl. 44 festgestellten maximalen Brechkraft $q_0 = 29,9 \text{ m}^{-1}$ den Spitzenstrom i_0 zu, so ergibt sich eine Beziehung zwischen i_0 und l :

$$(50) \quad i_0^2 = 1,486 \cdot 10^8 l, \text{ für } q_0 = 29,9 \text{ m}^{-1}$$

Die Abschätzung der technischen Möglichkeiten erfolgt in Form der anschließenden Tabelle, wo die einzelnen Daten sukzessive für verschiedene Linsenlängen l berechnet werden.

Zunächst folgt i_0 aus Gl. (50) vermittelst:

$$(51) \quad i_0 = 385,5 \cdot \sqrt{l_{\text{mm}}} \quad [\text{A}]$$

Die Induktivität L_0 der Linse allein ist bei einer Windung gegeben durch

$$(52) \quad L_0 = \mu_0 \frac{\pi d^2}{4l} = \frac{24,67}{l_{\text{mm}}} \quad [\text{nH}],$$

dabei ist der Durchmesser mit

$$(53) \quad d = 5 \text{ mm}$$

eingesetzt worden, eingedenk des angenommenen Strahldurchmessers von 4 mm. Es ist klar, daß im Interesse der aufzubringenden Leistung die minimale Feldenergie und damit der minimale Durchmesser anzustreben ist.

Zur gesamten Induktivität des Kreises trägt außerdem die in dem angehängten Kondensator verteilte Induktivität L_1 bei. Ist dieser von quadratischer Form, so hängt L_1 nur von dem Plattenabstand a ab. Der Zwischenraum wird zweckmäßigerweise

mit Dielektrikum gefüllt, etwa Frequenta. Diese Keramik hat bei diesen Frequenzen ein $\epsilon \approx 6$ und eine Durchschlagfestigkeit von 35 kV/mm. Es ist also ausreichend,

$$(54) \quad a = 1 \text{ mm}$$

anzusetzen. Folglich wird

$$(55) \quad L_1 = \mu_0 a = 1,256 \text{ [nH]}$$

Die nächste Spalte enthält dann die Gesamtinduktivität

$$(56) \quad L = L_0 + L_1$$

Bei Resonanz wird mit $\omega_0 = 2 \pi \cdot 0,25 \cdot 10^9$

$$(57) \quad C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{405}{L_{\text{nH}}} \text{ [pF]}$$

Dabei ist angenommen, daß die gesamte Kapazität in dem Plattenpaar steckt. Man kann sich dann - mit dem angegebenen ϵ - die Kondensatorfläche F und die Kantenlänge $\sqrt{F}$ ausrechnen:

$$(58) \quad F = \frac{a C}{\epsilon \epsilon_0} = 0,188 \cdot C_{\text{pF}} \text{ [cm}^2\text{]}$$

Der ohmsche Widerstand der Linse allein ist gegeben durch ($\rho_{\text{Cu}} = 1,85 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$)

$$(59) \quad r_L = \rho \frac{\pi d}{\eta l} = \frac{70,8}{l_{\text{mm}}} \text{ [m}\Omega\text{]},$$

darin ist η die Eindringtiefe bei 250 MHz, nämlich

$$(60) \quad \eta = \frac{C}{(2\pi \epsilon \omega_0)^{1/2}} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{(2\pi \cdot 54 \cdot 10^{16} \cdot 1,57 \cdot 10^9)^{1/2}}$$

$$= 0,410 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

Der Widerstand in C besteht im wesentlichen aus den dielektrischen Verlusten. Für Frequenta ist $\text{tg } \delta \approx 0,5 \cdot 10^{-3}$ und damit

$$(61) \quad r_C = \frac{\text{tg } \delta}{\omega_0 C} = \frac{318}{C_{pF}} \quad [\text{m}\Omega]$$

Schließlich wird der Kreis noch durch Strahlungsverluste bedämpft, wofür man etwa

$$(62) \quad r_{\text{str}} = 1 \text{ m}\Omega$$

einsetzen kann. Zusammen folgt daraus, daß der Kreis durch

$$(63) \quad r = r_L + r_C + r$$

gedämpft wird, so daß die Güte sich aus

$$(64) \quad Q = \frac{\omega_0 L}{r} = 1570 \frac{L_{nH}}{r_m \Omega}$$

errechnet. In Parallelresonanz betrieben, stellt Q die Stromüberhöhung dar, so daß der Speisestrom folgt zu

$$(65) \quad I_0 = \frac{i_0}{Q}$$

Schließlich folgt die Speisespannung aus dem Resonanzwiderstand $Z = (L/C)^{1/2}$, so daß

$$(66) \quad U_0 = I_0 (L/C)^{1/2} .$$

Die aufzubringende Leistung ist dann

$$(67) \quad N = \frac{1}{2} U_0 I_0$$

Die auf diese Weise abgeschätzten Leistungen liegen zwischen 4 und 7 kW. Natürlich braucht diese nicht als Dauerleistung aufgebracht zu werden, sondern kann mit einem Testverhältnis von etwa 10^{-4} moduliert werden, so daß die mittlere Leistung unter einem Watt bleibt. Kühlprobleme würden darum nicht auftreten.

Zwischen den tabellierten l-Werten ließe sich nur aufgrund von Versuchen entscheiden. Die Abschätzung zeigt nur, daß eine solche 250 MHz-Linse im Bereich des technisch Möglichen liegt. Als Oszillator befriedigt z. B. die Sendetriode RS 1032 C die Anforderungen.

9) Zusammenfassung

Es wurde gezeigt, daß es eine Reihe von Möglichkeiten gibt, den Linacstrahl auf der Synchrotronfrequenz vorzubündeln. Technisch am einfachsten und auch weitaus am wirkungsvollsten ist die Vorbündelung durch Geschwindigkeitsmodulation auf 500 MHz allein (PB 0,5). Alle Methoden des Zerhackens sind demgegenüber etwa um einen Faktor 3 im nutzbaren Strom ungünstiger. Hier ist am günstigsten die magnetische Linse in Verbindung mit dem bestehenden Prebuncher auf 3 GHz (PB 3,0 + ML 0,25). Eine Abschätzung der technischen Daten hierzu zeigt, daß auch diese Methode zu verwirklichen ist, allerdings schwieriger als PB 0,5. Der Vorteil der letzteren Methode liegt darin, daß alle anderen Bunche von Strom frei sind.

Dr. U. Timm

TABELLE zu QL 0,25

l [mm]	i_o [A]	L_o [nH]	L [nH]	C [pF]	F [cm ²]	F [mm]	r_L [mΩ]	r_C [mΩ]	r [mΩ]	Q [1]	I_o [A]	$\frac{L}{C}$ [Ω]	U_o [kV]	N [kW]
5	864	4,94	6,20	65,5	12,3	35,1	14,14	4,86	20,00	485	1,78	9,45	8,16	7,26
6	946	4,11	5,37	75,3	14,1	37,6	11,78	4,22	16,00	527	1,79	7,13	6,75	6,05
7	1021	3,53	4,79	84,7	15,9	40,0	10,10	3,76	14,86	506	2,01	5,64	5,75	5,78
8	1090	3,09	4,35	93,2	17,5	41,9	8,34	3,41	12,75	534	2,05	4,66	5,08	5,21
9	1158	2,74	4,00	101,3	19,1	43,7	7,86	3,14	12,00	526	2,20	3,95	4,58	5,04
10	1220	2,47	3,73	108,4	20,4	45,2	7,08	2,34	11,02	532	2,29	3,44	4,20	4,82
12	1337	2,06	3,32	121,9	22,9	47,9	5,89	2,61	9,50	548	2,44	2,73	3,65	4,45
14	1443	1,77	3,03	134,1	25,2	50,1	5,05	2,37	8,42	564	2,56	2,25	3,25	4,16
16	1544	1,54	2,80	144,5	27,1	52,1	4,42	2,21	7,63	577	2,67	1,94	3,00	4,00
18	1638	1,37	2,63	154,1	29,0	53,9	3,93	2,06	6,99	592	2,77	1,70	2,79	3,87
20	1727	1,23	2,49	162,8	30,6	55,4	3,53	1,95	6,48	604	2,87	1,53	2,65	3,80

d = 5 mm

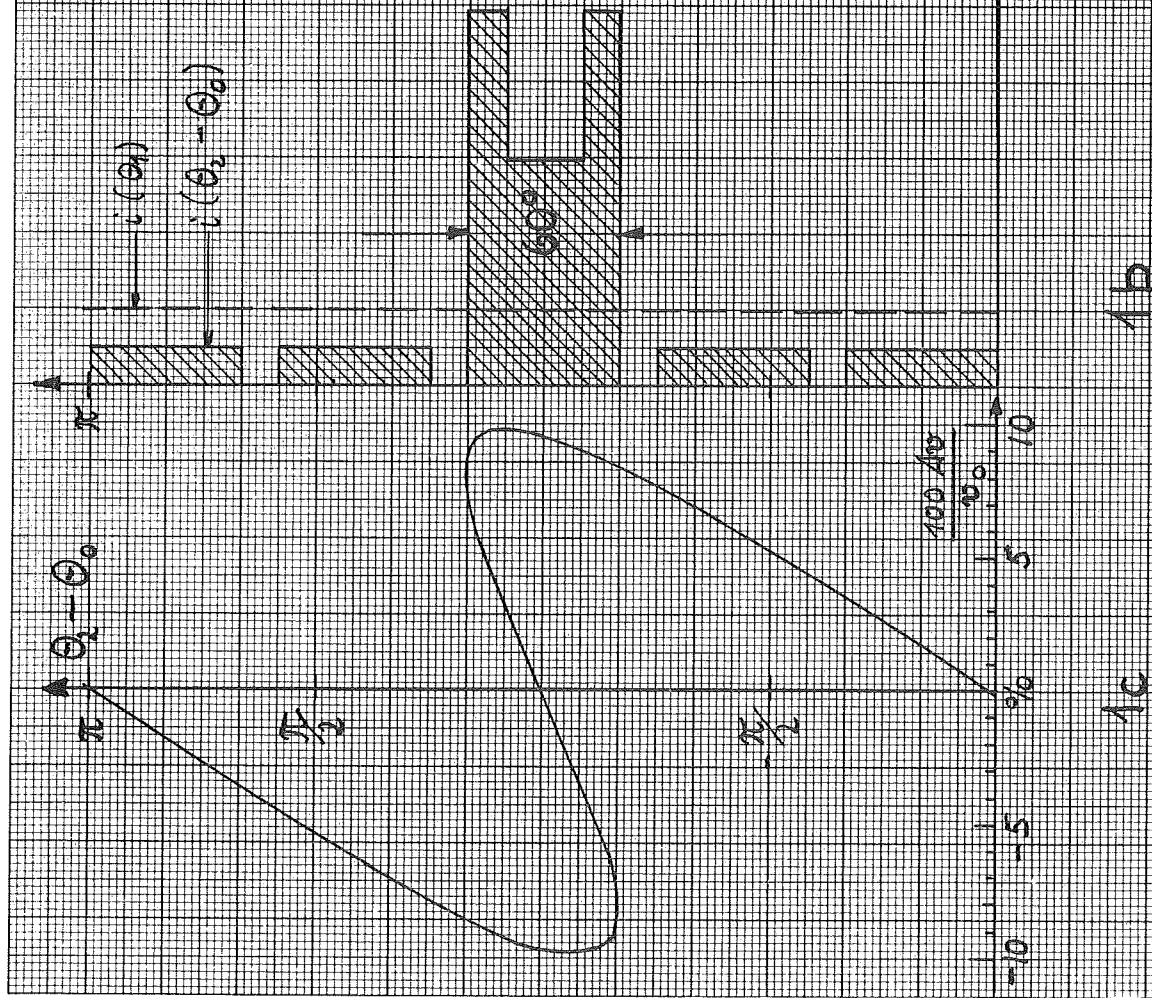
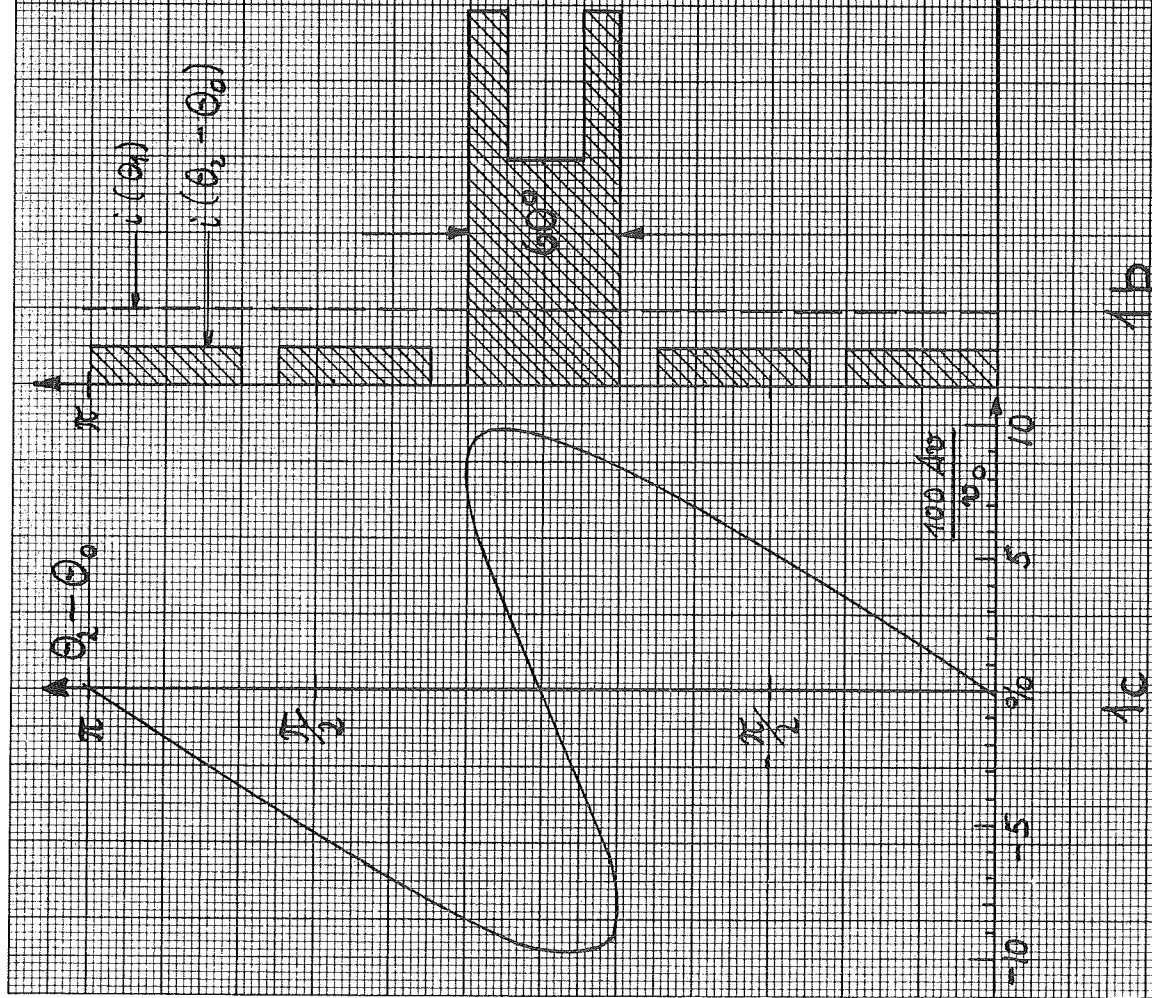
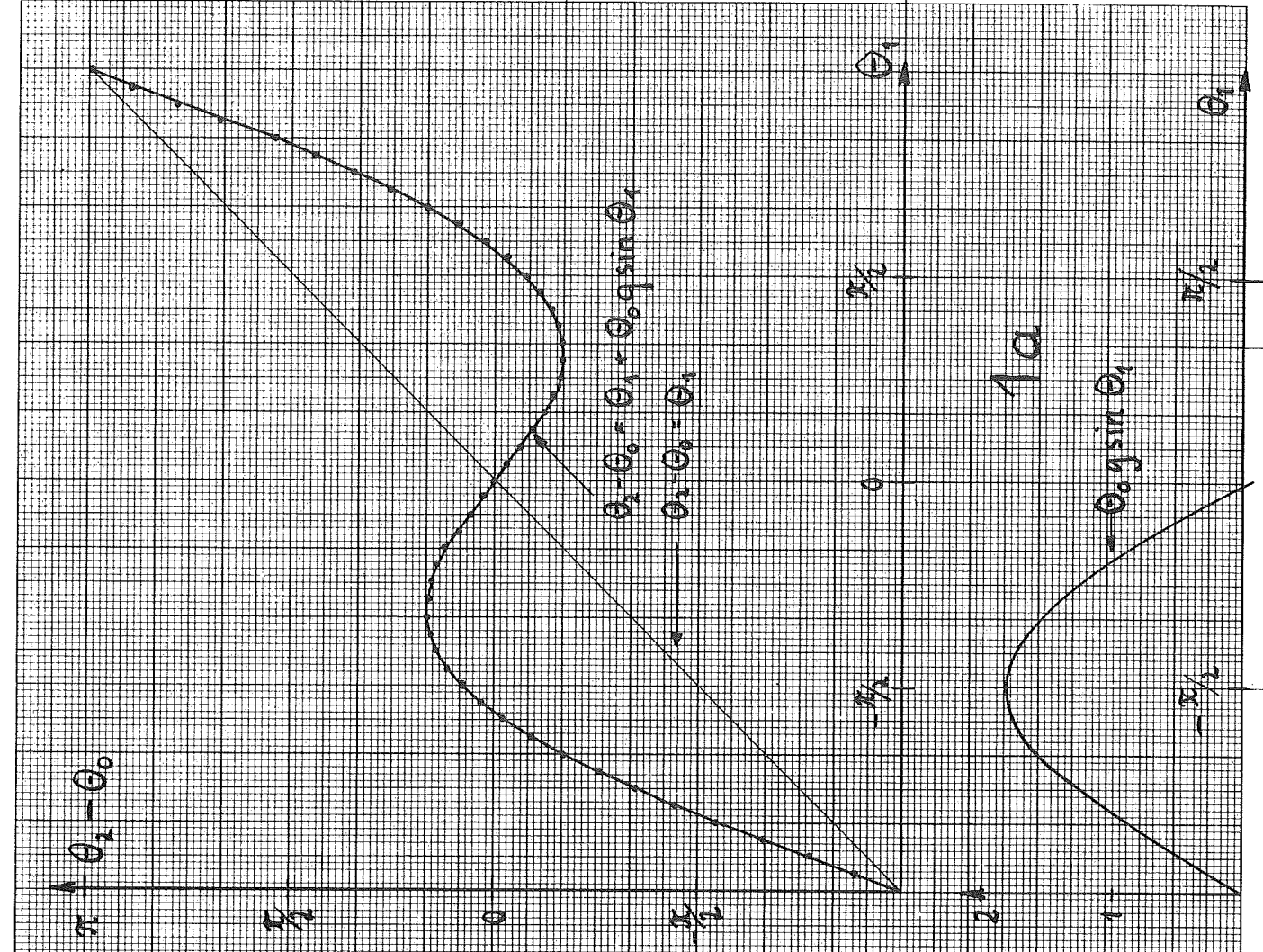


Abb. 1 Strom- und Geschwindigkeitsverteilung über $\theta_2 - \theta_0$ für $g = 0.1$; $\theta_0 = 18$



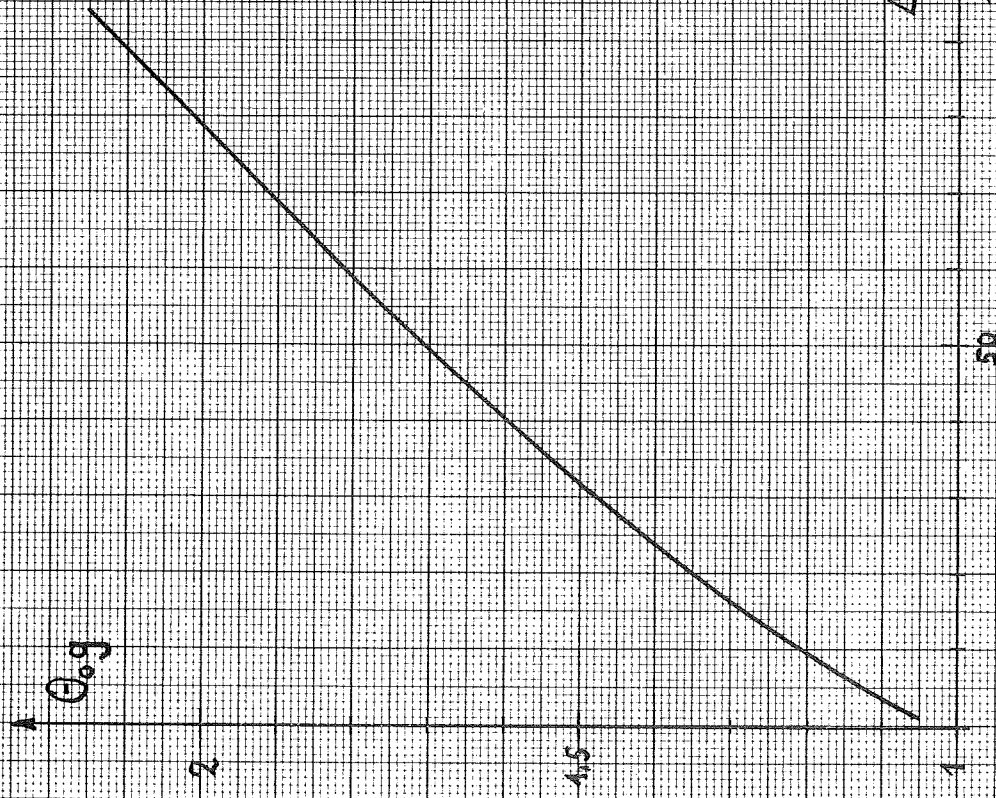


Abb. 2 Bunchbreite $\Delta\theta_2$ als Funktion von Q_{0g} bei sin-Modulation

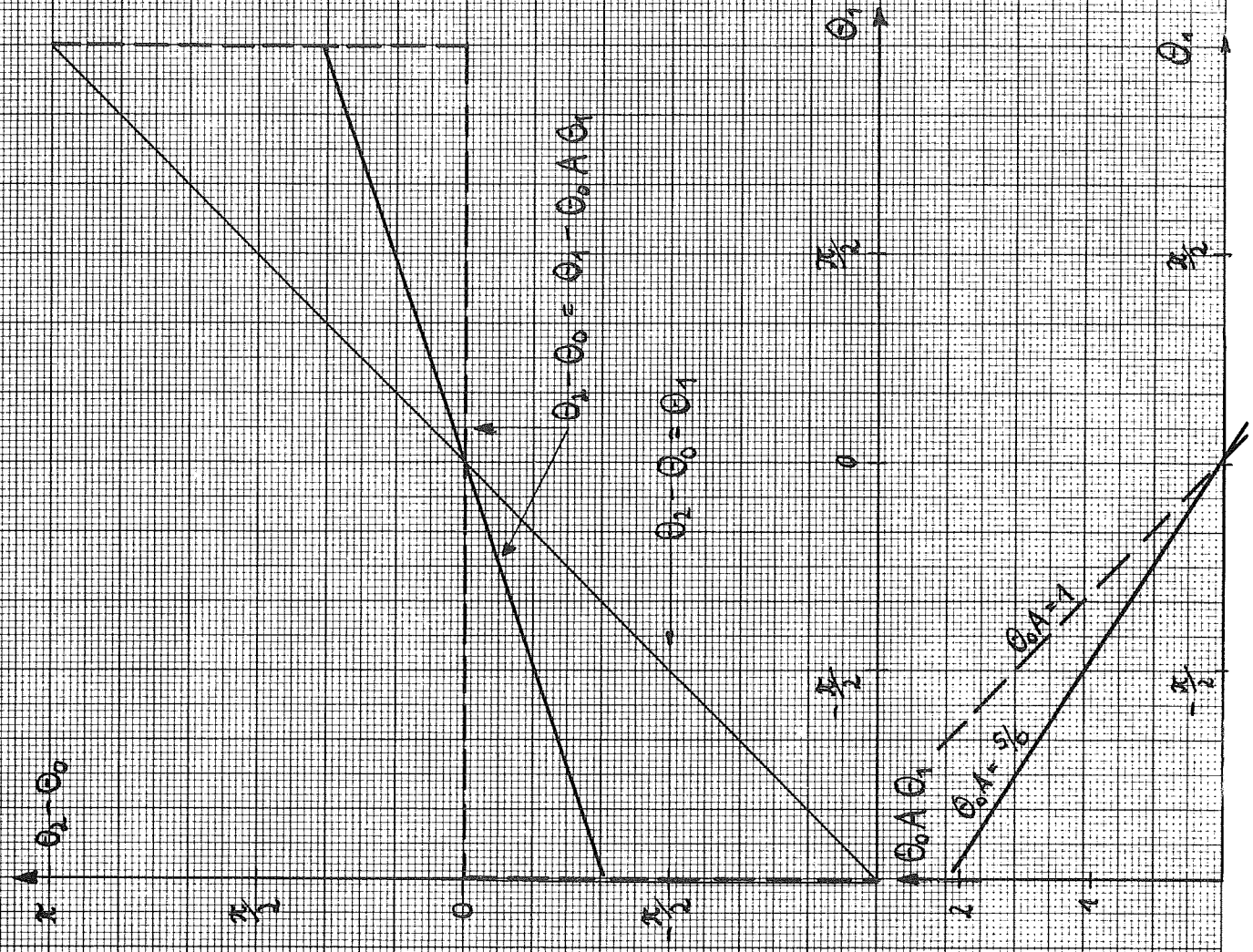


Abb. 3 Ideale Phasenfokussierung durch Sägezahn

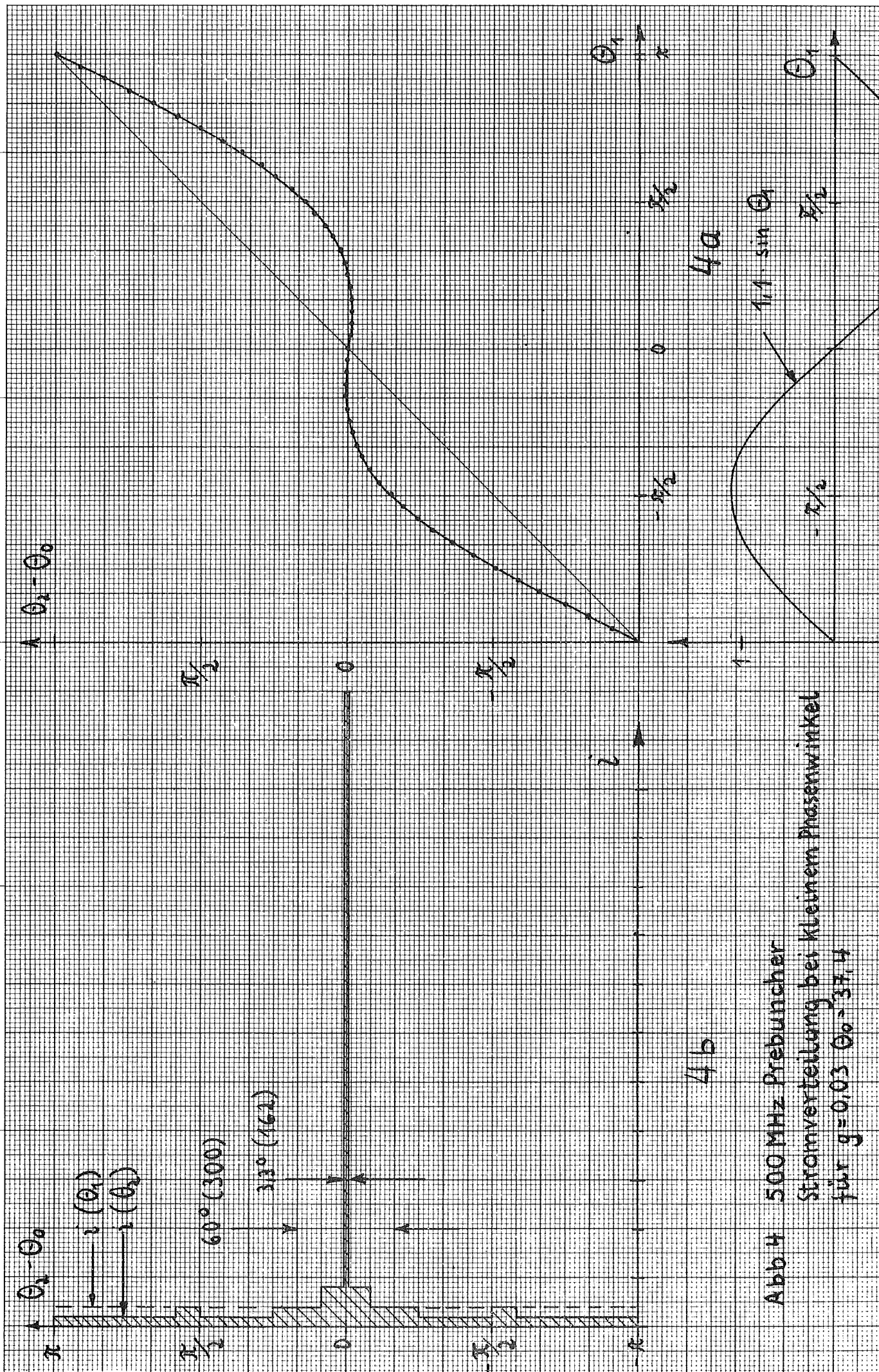


Abb. 4 500 MHz Prebuncher
 Stromverteilung bei kleinem Phasenwinkel
 für $g = 0,03$ $\Theta_0 = 37,4$

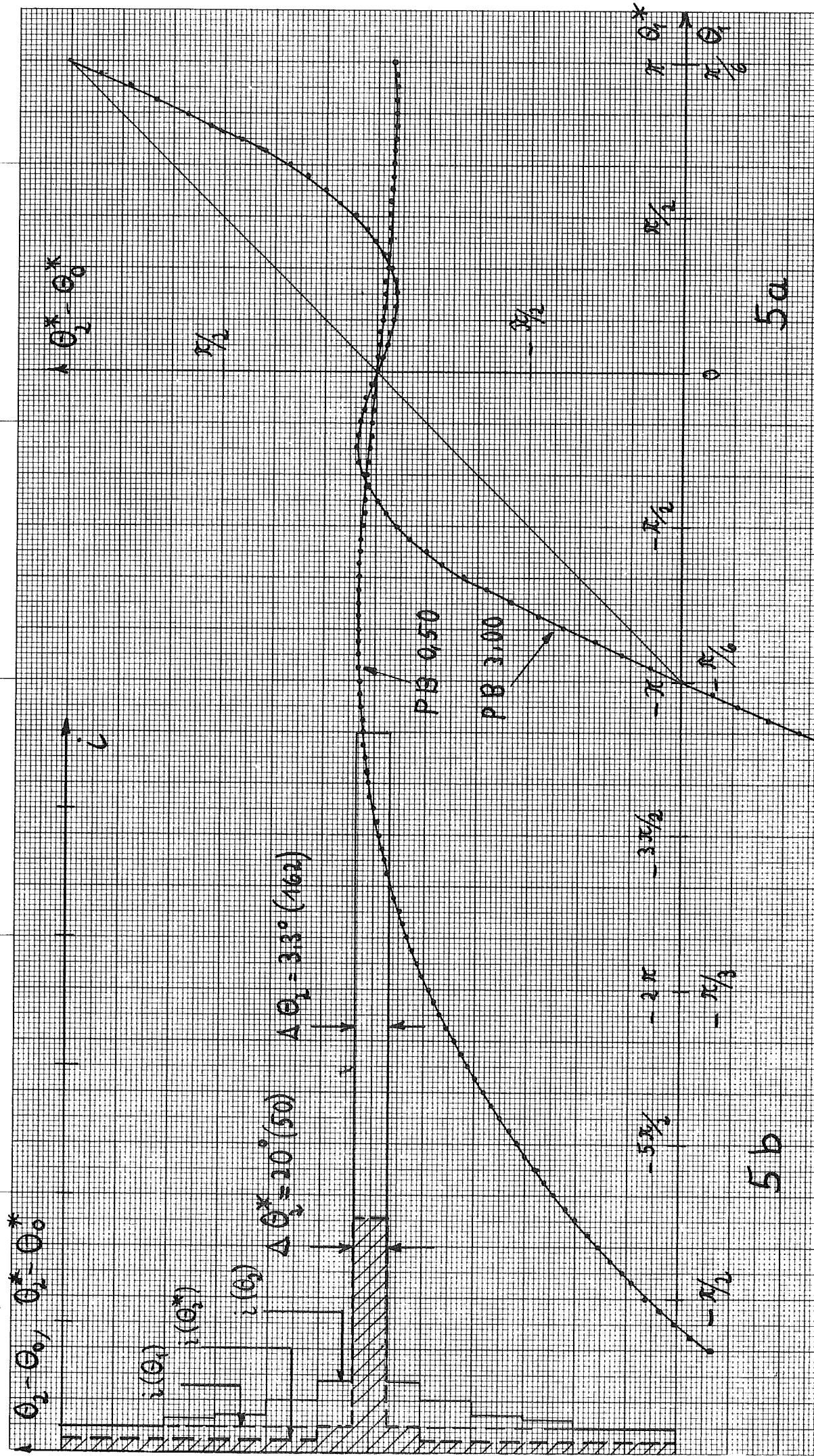


Abb 5: Vergleich der Stromverteilung durch 3000 MHz bzw 500 MHz Phasenfokussierung in den gleichen Phasenbereich $\Delta\theta^* = 20^\circ$

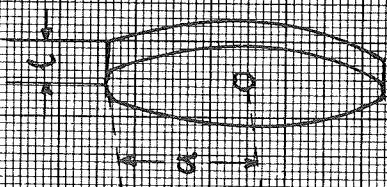
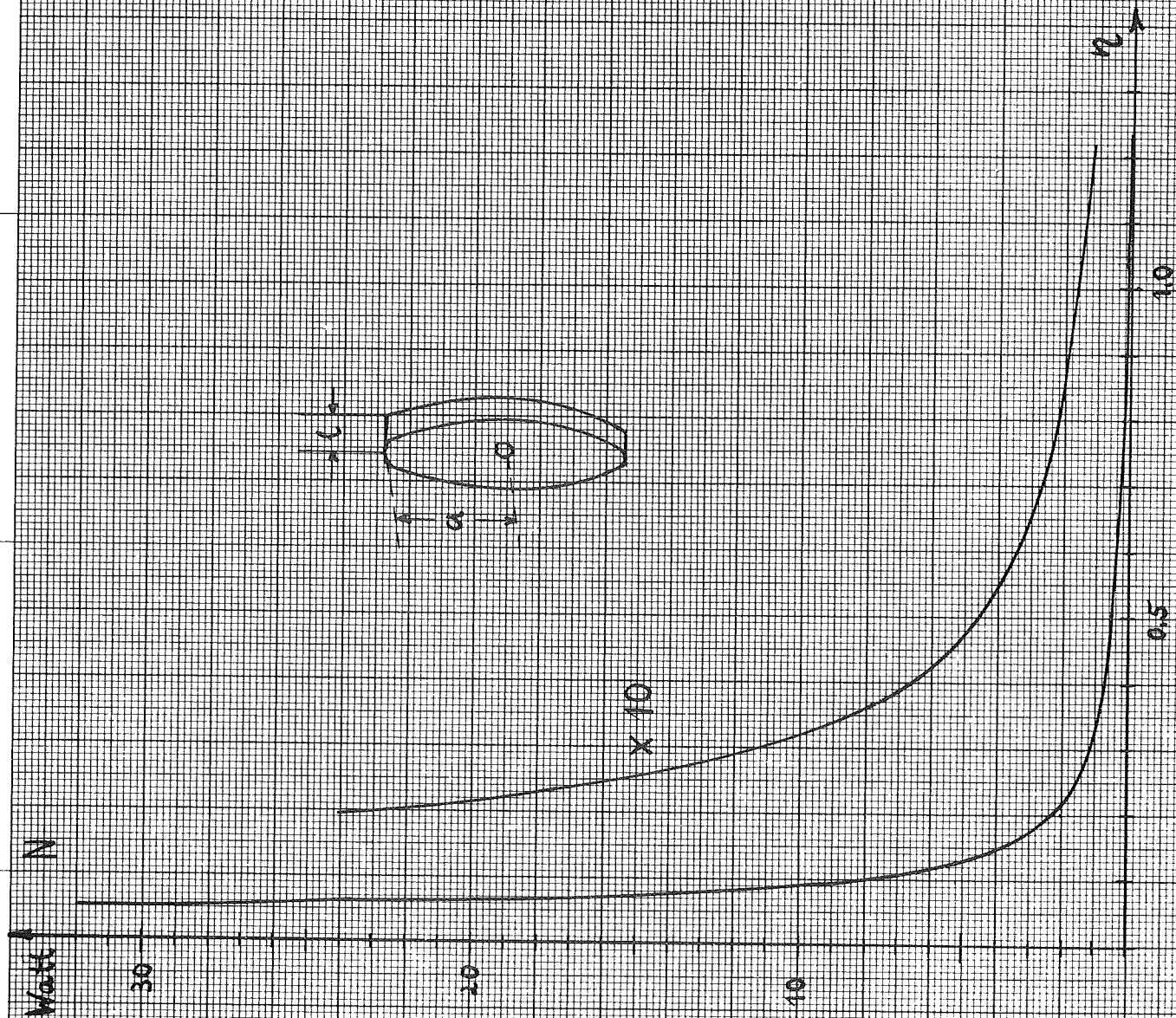


Abb. 6

Leistung am Resonator
gegen die reduzierte
Länge $\eta = (c/a)$

i/i_0

1.0

0.5

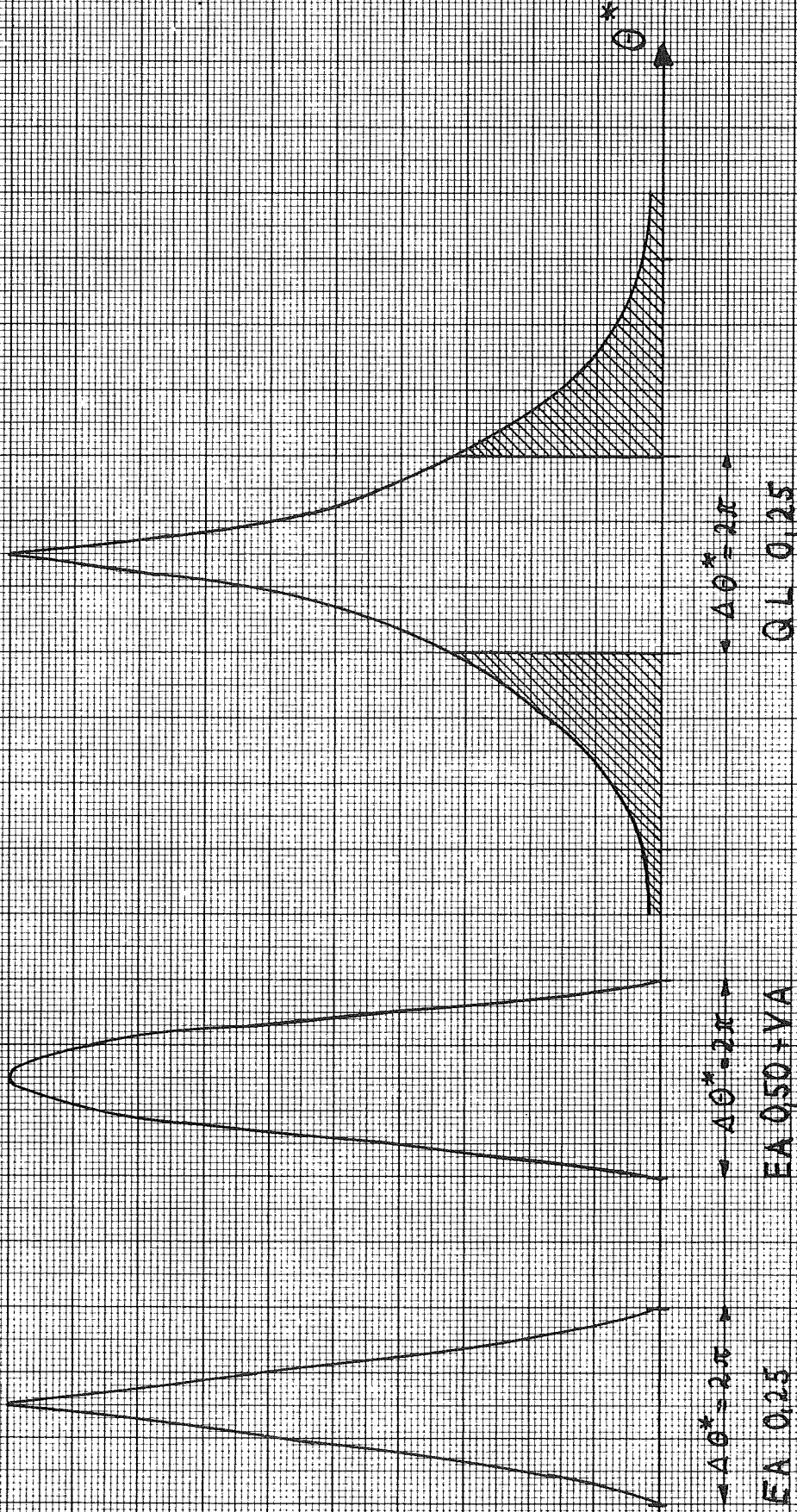


Abb. 7

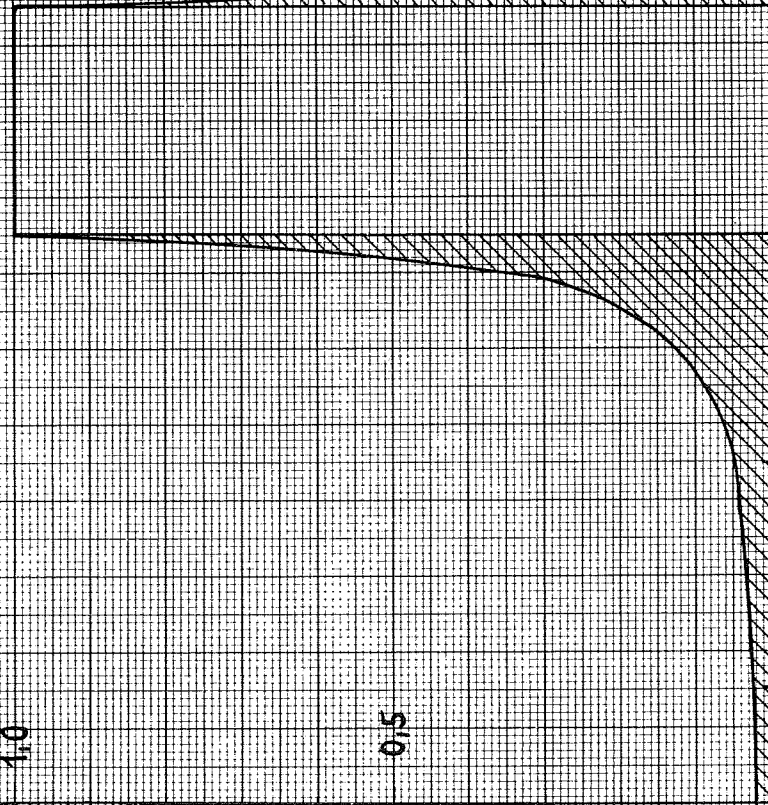
Abb. 8

Abb. 9

i/i_0

1.0

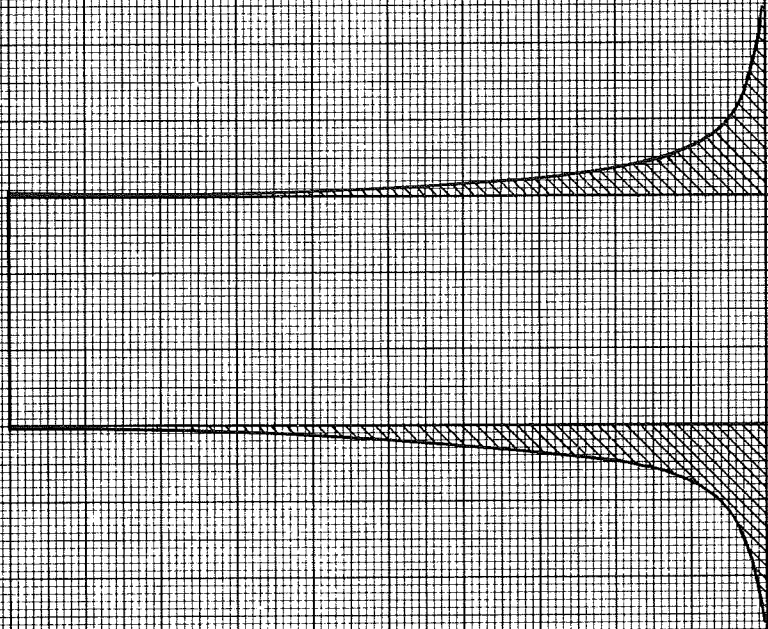
0.5



$\Delta\theta^* = 2\pi$

$QR = 0.25$

Abb. 10



$\Delta\theta^* = 2\pi$

$ML = 0.25$

Abb. 11