

Interner Bericht  
DESY H1-71/2  
Dezember 1971

Mechanismus der Ionenabsaugung  
im Elektron-Positron-Speicherring (DORIS)

von

R.D. Kohaupt

## I n h a l t

1. Einleitung
2. Q-Verschiebung durch Ionenraumladung
3. Ionen-Einfang durch den Strahl
  - a) Einfang
  - b) Äußere Felder
  - c) Thermische Bewegung
4. Ionentransport und Ionenproduktion
5. Ionenbewegung im (Ablenk)Magnetfeld

## 1. Einleitung

Der Einfluß der positiven Ionen auf den Elektronenstrahl im Speicherring besteht im wesentlichen in der Änderung der optischen Eigenschaften der Maschine, die sowohl durch eine lineare Q-Verschiebung  $\Delta Q$  als auch durch zusätzliche Nichtlinearitäten gekennzeichnet sind. Während die lineare Q-Verschiebung den Abstand vom nächstliegenden Stoppband reduzieren und damit zu einer Instabilität führen kann, ist der Einfluß der Nichtlinearitäten auf den Strahl keineswegs geklärt. Einerseits haben nichtlineare Fokussierungskräfte zusätzliche Stoppbänder zur Folge, die Ursache für spezifische "nichtlineare Instabilitäten" sein können, andererseits führen nichtlineare Kräfte zu Landau-Dämpfung.

Auf Grund der Erfahrungen mit bereits arbeitenden Speicherringen hat sich das Konzept bewährt, die durch Raumladungseffekte (Amman-Ritson-Effekt) bedingten Instabilitäten durch die lineare Q-Verschiebung  $\Delta Q$  zu kennzeichnen. Die dabei empirisch gefundene Stabilitätsgrenze für  $\Delta Q$  ist für alle Maschinen vergleichbar und liegt weit unter dem durch den Abstand vom halbzahligen oder ganzzahligen Stoppband gegebenen Wert:

$$\Delta Q < 0.025$$

Eine allgemein akzeptierte Erklärung des Raumladungseffektes steht zur Zeit noch aus. Es ist gleichfalls ungeklärt, ob die Raumladung der Ionen die gleiche Wirkung auf den Strahl hat wie die Raumladung des gegenlaufenden Strahles. Bei den bisher erreichten Strahlströmen scheint die Ionenwolke die Stabilität des Elektronenstrahls sogar zu verbessern, was sich in der für Elektronen höheren Strahlstromgrenze zeigt. Da jedoch für Intensitäten von einigen Ampère keine Erfahrungen vorliegen, ist es angemessen, die Anforderungen an die Ionenabsaugung unter den Bedingungen scharfer Grenzen für die Q-Verschiebung zu untersuchen. In der vorliegenden Arbeit wird deshalb die Q-Verschiebung im Bereich

$$0.02 \leq \Delta Q \leq 0.2$$

betrachtet. Dementsprechend wird im ersten Abschnitt unter vereinfachten Annahmen die tolerable Ionenkonzentration ermittelt. Im zweiten

Abschnitt werden der Mechanismus des Ioneneinfangs für einen "gebunchten Strahl" und die Möglichkeit der "Ionenabsaugung" durch elektrostatische Felder diskutiert. Der Ionentransport im Strahl und das Gleichgewicht zwischen Ionenproduktion und Absaugung wird im dritten Abschnitt behandelt. Im letzten Abschnitt schließlich wird unter den vorgestellten Gesichtspunkten die Bewegung der Ionen im (Ablenk)Magnetfeld untersucht.

Die durchgeführten numerischen Rechnungen können wegen der Unkenntnis der tatsächlichen Stabilitätsgrenzen und der ungenauen Kenntnis des tatsächlichen Restgasdruckes nur Abschätzungen sein, die den Zusammenhang zwischen Strahlverhalten und Ionenabsaugung kennzeichnen.

## 2. Q-Verschiebung durch Ionen-Raumladung

Der allgemeine Ausdruck für die Q-Verschiebung in einer stark fokussierenden Maschine ist gegeben durch<sup>1)</sup>

$$\Delta Q_{z,x} = \frac{1}{4\pi E} \int_C ds \beta_{z,x}(s) \frac{\partial F_{z,x}(s)}{\partial z,x} \quad (1)$$

wobei  $\beta_{z,x}(s)$  die vertikale resp. horizontale Amplitudenfunktion ist und  $\frac{\partial F_z}{\partial z}$  resp.  $\frac{\partial F_x}{\partial x}$  der Gradient der vertikalen resp. horizontalen Kraft. Die Integration erstreckt sich über den gesamten Umfang C der Maschine, E ist die Teilchenenergie.

Um die Kraft  $F_z$  ( $F_x$ ) zu ermitteln, ist die Kenntnis der Ionenverteilung im Strahl erforderlich, die sich aus der folgenden vereinfachenden Überlegung ergibt. Ionen, die durch Restgasionisierung im Strahl entstehen, führen Schwingungen im Strahlpotential aus. Dabei ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit in den Umkehrpunkten am größten. Unter Vernachlässigung der kinetischen Energie der Restgasmoleküle ist der Erzeugungspunkt  $X_1$  eines Ions identisch mit einem seiner beiden Umkehrpunkte; der zweite Umkehrpunkt sei  $X_2$ . Dann gilt näherungsweise für die Ortswahrscheinlichkeitsdichte des Ions

$$w(x) = \frac{1}{2} \{ \delta(x-x_1) + \delta(x-x_2) \}$$

Da in einem homogenen Strahl die Erzeugungswahrscheinlich in allen Punkten  $x_1, x_2$  gleich ist, können wir die transversale Verteilungsfunktion der Ionen der transversalen Verteilungsfunktion der Elektronen im Strahl gleichsetzen.

Unter diesen Voraussetzungen können wir die Kraft  $F_z (F_x)$  für einen Elektronenstrahl, der über einen elliptischen Querschnitt mit den Halbachsen  $\sigma_z, \sigma_x$  homogen verteilt ist, berechnen:

$$F_z = \frac{N_J e^2}{\epsilon_0 \pi \sigma_z (\sigma_x + \sigma_z) L} Z \quad (2)$$

$$\frac{\partial F_z}{\partial Z} = \frac{N_J e^2}{\epsilon_0 \pi \sigma_z (\sigma_x + \sigma_z) L}$$

Hierin ist  $N_J$  die Anzahl der Ionen und  $L$  die Länge des Maschinenumfanges.

Für den Gradienten  $\frac{\partial F}{\partial x}$  ergibt sich ein entsprechender Ausdruck. Es ist

$$\frac{\frac{\partial F_x}{\partial x}}{\frac{\partial F_z}{\partial z}} = \frac{\sigma_z}{\sigma_x} < 1 \quad (3)$$

Damit ist die vertikale Q-Verschiebung kritisch.

Führen wir den "Neutralisationsgrad" <sup>2)</sup>

$$\eta = \frac{\rho_J}{\rho_e} \quad (4)$$

ein, wobei  $\rho_J$  und  $\rho_e$  Ionendichte und Elektronendichte bedeuten, so ergibt sich bei einem tolerablen  $Q$  ein tolerabler Neutralisationsgrad, gegeben durch

$$\eta = \frac{\Delta Q \cdot \gamma}{A \cdot I_b} \quad (5)$$

Hierin ist  $\gamma$  die Teilchenenergie in Einheiten der Elektronenruhenenergie  
 $I_b$  ist der Strahlstrom und  $A$  ist eine "optische Größe"

$$A = \frac{r_e}{\pi f_o \cdot e} \cdot \frac{\beta_z}{\sigma_z (\sigma_x + \sigma_z)} > c \quad (6)$$

wobei  $f_o$  die Umlauffrequenz,  $e$  die Elementarladung und  $r_e$  den klassischen Elektronenradius kennzeichnen.

Für Doris ergeben sich unter den verschiedenen Betriebsparametern <sup>3)</sup> für  $A^{4)}$  und  $\eta$  folgende Werte:

|                       |                                                                                                                                  |                                                                                           |  |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| $Q_x = 9.1$           |                                                                                                                                  | $E = 1.5 \text{ GeV}$                                                                     |  |
| $Q_z = 4.1$           |                                                                                                                                  |                                                                                           |  |
| $I_b = 3 \text{ Amp}$ |                                                                                                                                  |                                                                                           |  |
| natural               | $\begin{cases} \mathcal{E}_x = 1 \cdot 10^{-5} \text{ rad/cm} \\ \mathcal{E}_z = 4.5 \cdot 10^{-8} \text{ rad/cm} \end{cases}$   | $A = 1.9 \cdot 10^5 \text{ Amp}^{-1}, 10^{-4} \leq \eta \leq 10^{-3}$                     |  |
| maxim. Lum.           | $\begin{cases} \mathcal{E}_x = 3.2 \cdot 10^{-5} \text{ rad/cm} \\ \mathcal{E}_z = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ rad/cm} \end{cases}$ | $A = 2.3 \cdot 10^4 \text{ Amp}^{-1}, 10^{-3} \leq \eta \leq 10^{-2}$                     |  |
|                       |                                                                                                                                  | $E = 3 \text{ GeV}$                                                                       |  |
| $I_b = 1 \text{ Amp}$ |                                                                                                                                  |                                                                                           |  |
| natural               | $\begin{cases} \mathcal{E}_x = 4 \cdot 10^{-5} \text{ rad/cm} \\ \mathcal{E}_z = 9.3 \cdot 10^{-9} \text{ rad/cm} \end{cases}$   | $A = 2 \cdot 10^6 \text{ Amp}^{-1}, 0.6 \cdot 10^{-4} \leq \eta \leq 6 \cdot 10^{-4}$     |  |
| maxim. Lum.           | $\begin{cases} \mathcal{E}_x = 4 \cdot 10^{-5} \text{ rad/cm} \\ \mathcal{E}_z = 1 \cdot 10^{-7} \text{ rad/cm} \end{cases}$     | $A = 5.3 \cdot 10^5 \text{ Amp}^{-1}, 2.5 \cdot 10^{-4} \leq \eta \leq 2.5 \cdot 10^{-3}$ |  |

### 3. Ionen-Einfang

#### a. Einfang

Im vorhergehenden Abschnitt wurde die zulässige Neutralisation des Elektronenstrahls durch positive Ionen als Funktion von Strom und Energie dargestellt. Es wurde angenommen, daß die positiven Ionen durch den negativen Elektronenstrahl gebunden werden. Diese "fokussierende" Wirkung ist jedoch für einen "gebunchten" Strahl nicht trivial. Bei gegebenen Strahlabmessungen kann die Ionenbewegung bei festem Bunchabstand instabil werden<sup>5)</sup>, wenn der Strahlstrom einen Grenzwert übersteigt. Dieser Effekt beruht auf folgendem Mechanismus. Zunächst kann vorausgesetzt werden, daß die longitudinale Geschwindigkeit der Ionen ( $V \approx 10^3$  m/sec) gegenüber der Elektronengeschwindigkeit verschwindend klein ist. Beim Passieren eines Bunches erfahren die Ionen eine Beschleunigung in Richtung Strahlachse. In der Zeit zwischen zwei Bunchpassagen bewegen sich demnach die Ionen mit konstanter Geschwindigkeit in Richtung Strahlachse. Ist der Bunchabstand hinreichend groß, so können die Ionen über die Strahlachse hinausfliegen derart, daß sich bis zur Ankunft des nächsten Bunches ihr Abstand von der Strahlachse vergrößert hat. Wächst die anziehende Kraft im Bunch linear mit dem Abstand, so nimmt die Schwingungsamplitude der Ionen innerhalb des Bunches unbegrenzt zu. Die Bedingungen der "Ionenfokussierung" sollen im folgenden an einem vereinfachten Modell untersucht werden.

Unter der Voraussetzung, daß die Ladungsdichte innerhalb eines Bunches der Länge  $2\sigma_s$  konstant ist, gilt für die transversale Koordinate  $X$  eines Ions während der "bunchfreien" Zeit:

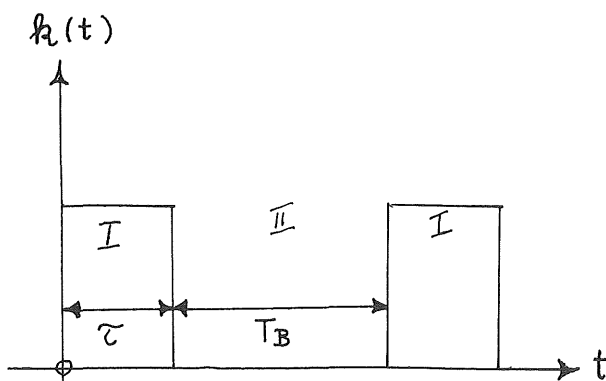


Fig. 1.

$$\ddot{X} = 0 \quad \text{in II,} \quad (7)$$

und während der Bunchpassage:

$$\ddot{X} + \frac{k}{M} X = 0 \quad \text{in I,} \quad (8)$$

wobei  $k \cdot X$  die durch die Anziehung bewirkte rücktreibende Kraft und  $M$  die Ionenmasse ist.

Mit der Abkürzung

$$\frac{k}{M} = \omega^2 \quad (9)$$

erhalten wir die Übertragungsmatrix in I

$$M_I(0, \tau) = \begin{pmatrix} \cos \omega \tau & \frac{\sin \omega \tau}{\omega} \\ -\omega \sin \omega \tau & \cos \omega \tau \end{pmatrix}, \quad (10)$$

wenn  $\tau$  gegeben ist durch

$$\tau = \frac{2\sigma_s}{c}. \quad (11)$$

Für die Übertragungsmatrix in II ergibt sich

$$M_{II}(\tau, T_B) = \begin{pmatrix} 1 & T_B - \tau \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

wenn  $T_B$  der zeitliche Bunchabstand ist.

Für die Übertragungsmatrix einer Periode folgt daher

$$M(0, T_B) = M_I(0, \tau) M_{II}(\tau, T_B) = \begin{pmatrix} 1 & T_B - \tau \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \omega \tau & \frac{\sin \omega \tau}{\omega} \\ -\omega \sin \omega \tau & \cos \omega \tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega \tau - (T_B - \tau) \omega \sin \omega \tau & \dots \\ \dots & \cos \omega \tau \end{pmatrix} \quad (13)$$

Es ist

$$\det M(0, T_B) = \det M_I(0, \tau) \cdot \det M_{II}(\tau, T_B) = 1 \quad (14)$$

Die Ionenbewegung ist stabil, d.h. die Ionen werden durch den Strahl "eingefangen", wenn die Relation

$$|\operatorname{Sp} M(0, T_B)| \leq 2 \quad (15)$$

erfüllt ist.



Für  $\tau \ll T_B$  folgt aus (13) und (15)

$$\left| \cos \omega \tau - \frac{\omega T_B}{2} \sin \omega \tau \right| \leq 1 \quad (16)$$

Die "Frequenz"  $\omega$  läßt sich wegen

$$k = \frac{\partial F_z}{\partial z}, \frac{\partial F_x}{\partial x} \quad (17)$$

mit Hilfe von (2) ausdrücken durch

$$\omega_{z,x}^2 = \frac{e I_b c^2}{2 \pi B f_0 \epsilon_0 \sigma_{z,x} (\sigma_z + \sigma_x) \sigma_s E_I^0} \quad (18)$$

worin B die Bunchzahl ist.

Mit den numerischen Werten

$$\begin{aligned} \sigma_z &\approx 10^{-2} \text{ cm} \\ \sigma_x &\approx 10^{-1} \text{ cm} \\ \sigma_s &\approx 1,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

ergibt sich für  $I_b = 3 \text{ Amp}$

$$\begin{aligned} H_2: \quad \omega_z &\approx 10^9 \text{ Hz} \\ \omega_x &\approx 3,5 \cdot 10^8 \text{ Hz} \end{aligned} \quad CO: \quad \begin{aligned} \omega_z &\approx 3 \cdot 10^8 \text{ Hz} \\ \omega_x &\approx 10^8 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (19)$$

Aus (11) und (19) folgt

$$\omega \tau \ll 1$$

Gl.(16) ergibt daher näherungsweise für Ionenfokussierung

$$\left| 1 - \frac{\omega^2 T_B \tau}{2} \right| < 1 \quad (20)$$

oder für Ionendefokussierung

$$\left| 1 - \frac{\omega^2 T_B \tau}{2} \right| > 1 \quad (21)$$

was realisiert werden kann durch

$$\omega^2 T_B \tau > 4 \quad (22)$$

Bei einer Besetzungszahl  $n = 1$  ist die Ungleichung (22) in vertikaler Richtung für Ströme von

$$H_2 : I_b \approx 30 \text{ Amp}$$

$$CO : I_b \approx 400 \text{ Amp}$$

erfüllt. Für Ströme von 3 Amp werden demnach die Ionen mit Sicherheit eingefangen. Da sowohl  $\omega^2$  als auch  $T_B$  linear mit der Besetzungszahl wächst, gilt für den Grenzstrom in Abhängigkeit von  $n$ :

$$I_{bg} \sim \frac{1}{n^2} \quad (23)$$

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde jedoch angenommen, daß die Strahlkräfte linear mit dem Abstand von der Strahlachse ansteigen. Das ist in unserem Modell einer homogenen Ladungsverteilung nur innerhalb des Strahls richtig. Außerhalb des Strahls fällt die Kraft mit wachsendem Abstand ab (Fig.2). Damit nimmt auch die zu Strahlachse gerichtete Beschleunigung der

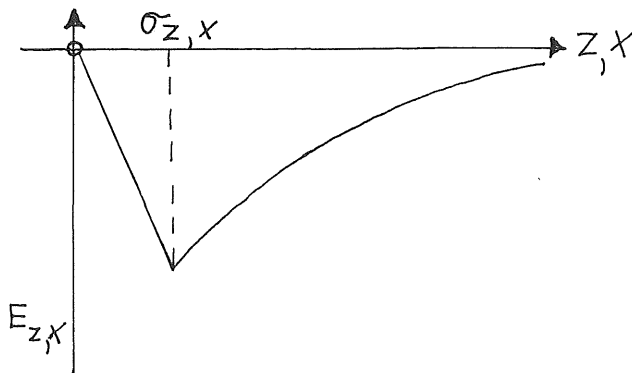


Fig. 2.

Ionen mit zunehmender Schwingungsamplitude ab. Schreiben wir  $M_I(0, \tau)$  aus Gl.(10) für kurze Bunche in der Form

$$M_I(0, \tau) = \begin{pmatrix} 1 & \tau \\ -\omega^2 \tau & 1 \end{pmatrix} \quad (24)$$

so ist der Beschleunigungsterm

$-\omega^2 \tau$  für  $z, x > \sigma_{z, x}$  nicht konstant,

sondern nimmt mit steigendem Abstand ab. Damit wird die durch (22) charakterisierte Instabilitätsgrenze für eine bestimmte Schwingungsamplitude  $X_{z,x;S} > \sigma_{z,x}$  unterschritten. Die Nichtlinearität führt zur Selbststabilisierung.

Demnach werden die Ionen entweder innerhalb des Strahles gebunden, oder sie führen Schwingungen mit der Stabilitätsamplitude  $X_{z,x;S}$  aus. Ist dieser Abstand größer als der Kammerradius, so fließen die Ionen tatsächlich ab. Dicht oberhalb des Grenzstroms ist  $X_{z,x;S}$  von gleicher Größenordnung wie die Strahlhöhe resp. die Strahlbreite, so daß sich die Ionen zwar außerhalb des Strahls ansammeln, ihn aber nicht wirklich verlassen. Da ständig neue Ionen produziert werden, wird sich ein Ionenschlauch bilden, der den Strahl nach außen hin neutralisiert. Ist die Restgasdichte und damit die Ionendichte in longitudinaler Richtung nicht konstant, so kann der Schlauch beträchtliche Fokussierungskräfte auf den Strahl ausüben.

Um diese Kräfte mit Sicherheit auf ein tolerables Maß zu reduzieren, müssen die Ionen durch äußere Maßnahmen aus dem Strahl entfernt werden.

Versucht man durch elektrostatische Felder die Ionen aus dem Strahl "abzusaugen", so läßt sich die erforderliche elektrische Feldstärke für einen longitudinal homogenen Strahl einfach berechnen. Entsprechend (2) erhalten wir für den Elektronenstrahl

$$E_z(z) = \frac{I_b \cdot Z}{\epsilon_0 \pi \sigma_z (\sigma_z + \sigma_x) \ell_0 L} \quad (25)$$

Dabei ist die Feldstärke für Ionen am Rande des Strahles maximal (siehe Fig.2). Den Schwellwert der elektrischen Feldstärke für vertikale Ionenabsaugung erhält man aus (25) für  $Z = \sigma_z$

$$E_{z \text{ min}} = \frac{I_b}{\epsilon_0 \pi (\sigma_z + \sigma_x) \ell_0 L} \quad (26)$$

Für typische Parameter von DORIS ( $I_b = 3$  Amp,  $\sigma_z = 0,01$  cm,  $\sigma_x = 0,1$  cm) gelangt man zu

$$E_z > 3 \text{ KV / cm}$$



Mit

$$v_0 = \frac{b \tilde{\tau}}{2} \quad , \quad \bar{b} = b \frac{\tilde{\tau}}{T_B}$$

erhält man

$$\begin{aligned} v \left( (n+1) T_B \right) &= v_0 \\ \Delta \left( (n+1) T_B \right) &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

Mit

$$v_0 > \frac{b \tilde{\tau}}{2} \quad \text{oder} \quad b \frac{\tilde{\tau}}{T_B} < \bar{b}$$

ergibt sich

$$\begin{aligned} v \left( (n+1) T_B \right) &> v_0 \\ \Delta \left( (n+1) T_B \right) &> 0 \end{aligned} \quad (29)$$

Die Funktion  $X(t)$  aus (27) ist für die Anfangsbedingungen  $\{t = 0, X = \sigma\}$  und unter den Bedingungen (28) eine spezielle Lösung der linearen inhomogenen Bewegungsgleichung

$$\ddot{X} + K(t) X = F \quad (30)$$

wobei  $K(t)$  definiert ist durch

$$K(t) = \begin{cases} \omega^2 & \text{in I} \\ 0 & \text{in II} \end{cases}$$

und  $F$  durch das äußere Feld gegeben ist. Für diese spezielle "Gleichgewichtsbahn" herrscht "Gleichgewicht" zwischen Strahlkraft und Absaugkraft. In Fig. 3 ist diese spezielle Lösung von (30) mit  $X_J(t)$  bezeichnet.

Für ein Ion an einer beliebigen Stelle  $\{t=0, X<\sigma, \dot{X}=0\}$  innerhalb des Strahles kann die Lösung von (30) als Summe einer Lösung der homogenen Gleichung  $X(t)$  und  $X_J(t)$  dargestellt werden.

Da für  $X_J$  gilt

$$X_J(0) = \sigma \quad , \quad (31)$$

und andererseits die Anfangsbedingungen:

$$\begin{aligned} X(0) &< \sigma \\ \dot{X}(0) &= 0 \end{aligned} \quad (32)$$

vorliegen, muß gelten

$$X_h(0) < 0 \quad (33)$$

Entweder wird nun  $X = 0$  für  $t_0 = n T_B$  oder  $n T_B < t_0 < (n+1) T_B$ .

Im ersten Fall ist  $\dot{X}(t_n) > \frac{b\tau}{2}$ , im zweiten Fall ist  $\dot{X}(t_{n+1}) > \frac{b\tau}{2}$

und außerdem  $X(t_{n+1}) > 0$ . In beiden Fällen treffen die Bedingungen (29) zu.

Außerhalb des Strahles gilt für  $X_2 > X_1$  die Relation  $b(X_2) < b(X_1)$ , so daß für

$$\bar{b} > b(\sigma) \frac{\tau}{T_B} \quad (34)$$

alle Ionen aus dem Strahl abgesaugt werden. Die Beschleunigung  $b(\sigma) \frac{\tau}{T_B}$  ist aber gerade die mittlere Beschleunigung, die der Feldstärke (26) entspricht. Diese Feldstärke ist demnach auch im Falle des gebunchten Strahles der Schwellwert für Ionenabsaugung.

### c.) Thermische Bewegung

Bei den bisherigen Rechnungen wurde die thermische Bewegung der Ionen vernachlässigt, und es ergibt sich die Frage, ob die thermische Energie für die Ionen ausreicht, den Strahl zu verlassen. Das Potential am Strahlrand lautet:

$$U_s = e \int_0^z E_z dz$$

und beträgt bei den entsprechenden DORIS-Parametern (siehe 26)

$$U_s \approx 15 eV$$

Die mittlere thermische Energie dagegen beträgt

$$U_s \approx 1/20 eV$$

so daß für Ströme unterhalb von 10 mA die thermische Energie für die

Ionen ausreicht, den Strahl zu verlassen. Das bedeutet nicht, daß für  $I_b \leq 10$  m Amp auf Ionenabtauung verzichtet werden könnte. Die mittlere thermische Energie entspricht nahezu der maximalen Energie der Maxwell-Verteilung (Fig.4). Demnach können alle Ionen mit  $v \geq \bar{v}$  aus dem Strahl entweichen; die Ionen mit  $v < \bar{v}$  bleiben im Strahl zurück, und wir erhalten

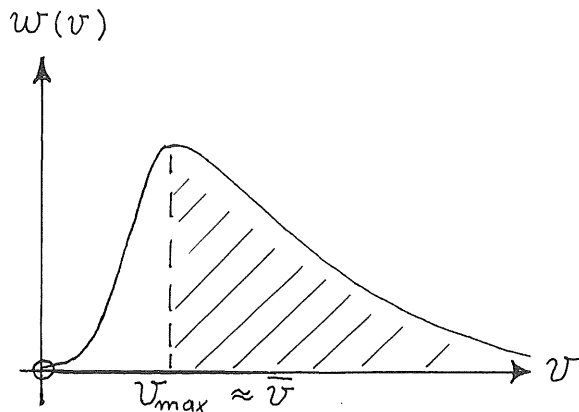


Fig. 4

eine gestörte Verteilung. Da die mittlere freie Weglänge der Restgasmoleküle und damit der Ionen im Ultrahochvakuum in der Größenordnung von 100 Km und die mittlere Geschwindigkeit bei 1 km/sec liegt, beträgt die Stoßzeit etwa 100 sec, die Relaxationszeit der Verteilung ist entsprechend groß und die tatsächliche Ionenabwanderungsrate klein.

Welche Abwanderungsraten bei gegebener Produktionsrate und tolerablem Neutralisationsgrad erforderlich werden, soll im nächsten Abschnitt untersucht werden.

#### 4. Ionentransport und Ionenproduktion

In den vorangehenden Abschnitten wurde ausgeführt, daß die Ionen ohne äußere Maßnahmen den Strahl nicht verlassen können. In transversaler Richtung führen die Ionen daher Schwingungen aus. In longitudinaler Richtung führt die thermische Bewegung zur Ionenwanderung längs des Strahls. Wir betrachten einen Abschnitt des Strahles zwischen  $S = 0$  und  $S = l$  mit dem

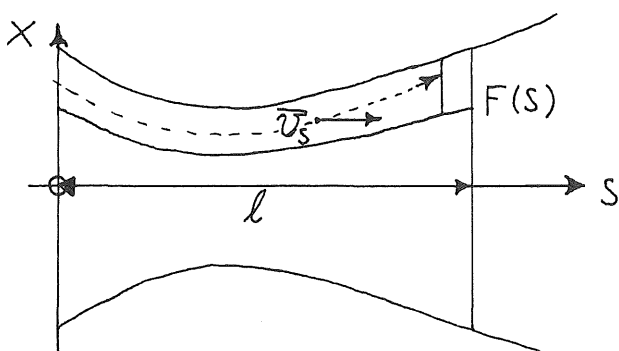


Fig.5

Strahlquerschnitt  $F(S)$ .

An der Stelle  $S=l$  befindet sich eine Ionensenke (Absaugelektrode); die mittlere thermische Geschwindigkeit der Ionen in  $S$ -Richtung sei  $\bar{v}_s$ .

Die Kontinuitätsgleichung für Ionendichte  $\varrho(S)$  und Ionenstrom  $\vec{j}(S)$  lautet:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \text{div } \vec{j}(S) = \tau_p(S), \quad (35)$$

wenn  $r_p$  die Produktionsrate pro Zeit- und Volumeneinheit ist, die sich mittels Produktionswirkungsquerschnitt  $\sigma_p$  und Restgasdichte  $\rho_M$  wie folgt ausdrücken läßt

$$r_p(s) = \frac{I_b \tilde{\sigma}_p}{e F(s)} g_H(s) \quad (36)$$

Die Stromdivergenz erhält man aus

$$\operatorname{div} \vec{j} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \int \vec{j} \cdot d\vec{\sigma}$$

und unter Berücksichtigung der longitudinalen Geschwindigkeit  $\bar{v}_s$

$$\operatorname{div} \vec{j}(s) = \frac{1}{F(s)} \frac{\partial}{\partial s} [g(s) F(s) \bar{v}_s(s)] \quad (37)$$

Die Gleichgewichtsdichte erhalten wir aus (35) für  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ . Mit (36) und (37) ergibt sich

$$[g F \bar{v}_s]' = I_b \tilde{\sigma}_p g_H \quad (38)$$

oder

$$g(s) = \frac{I_b \tilde{\sigma}_p}{e F(s) \bar{v}_s(s)} \int_0^s g_H(\xi) d\xi + g_0 \quad (39)$$

Die Konstante  $\rho_0$  erhält man aus der Bedingung, daß die Anzahl der Teilchen, die aus dem Abschnitt bei  $s = \ell$  austreten, gleich der Anzahl der im Abschnitt erzeugten ist:

$$g(\ell) F(\ell) \bar{v}_s(\ell) = \int_0^\ell r_p(\xi) F(\xi) d\xi \quad (40)$$



Aus (39) und (40) folgt  $\rho_0 = 0$ , und mit  $\rho_M(s) = \bar{\rho}_M = \text{const}$ ,  $\bar{v}_s(s) = \bar{v}_s = \text{const}$ , wird aus (39)

$$g(s) = \frac{I_b \sigma_P \bar{g}_H}{e F(s) \bar{v}_s} \cdot s \quad (41)$$

Den "lokalen" Neutralisationsgrad  $\eta(s)$  können wir wegen

$$g_e(s) = \frac{I_b}{e F(s) \cdot c} \quad (42)$$

ausdrücken in der Form

$$\eta(s) = \frac{\sigma_P \cdot \bar{g}_H \cdot c \cdot s}{\bar{v}_s} \quad (43)$$

Der longitudinale Mittelwert  $\eta = \overline{\eta(s)}$  zwischen  $s = 0$  und  $s = l$  ist gegeben durch

$$\eta = \frac{\tau_{\text{lon}}}{\tau_P} \quad (44)$$

wobei

$$\tau_{\text{lon}} = \frac{l}{2 \bar{v}_s}$$

als "Entweichzeit" und

$$\tau_P = \frac{1}{c \cdot \sigma_P \cdot \bar{g}_H} \quad (45)$$

als "Ionenproduktionszeit" pro Elektron definiert wird. Die Relationen (44) bis (45) gestatten eine einfache Darstellung des Neutralisationsgrades durch Parameter, die Abwanderung und Produktion charakterisieren. Für die Produktionszeit ergibt sich bei einem Wirkungsquerschnitt

$$H_2 : \sigma_P \approx 2 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2 \quad CO : \sigma_P \approx 1.4 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2$$

und einem Restgasdruck

$$P_{H_2} \approx 10^{-8} \text{ torr}$$

$$P_{CO} \approx 2 \cdot 10^{-9} \text{ torr}$$

eine Produktionszeit von

$$H_2 : \tau_p \approx 0,4 \text{ sec}$$

$$CO : \tau_p \approx 0,3 \text{ sec}$$

Lassen wir einen maximalen Neutralisationsgrad von  $\eta \approx 3 \cdot 10^{-3}$  zu, so ergibt sich für die Entweichzeiten

$$H_2 : \tau_{\text{loss}} \approx 1 \text{ m sec}$$

$$CO : \tau_{\text{loss}} \approx 1 \text{ msec}$$

Die mittlere thermische Geschwindigkeit der entsprechenden Gaskomponenten beträgt bei  $20^\circ\text{C}$

$$H_2 : \bar{v} \approx 1700 \text{ m/sec}$$

$$CO : \bar{v} \approx 450 \text{ m/sec}$$

Für die longitudinale Komponente ergibt sich dann

$$H_2 : \bar{v}_s \approx 550 \text{ m/sec}$$

$$CO : \bar{v}_s \approx 150 \text{ m/sec}$$

Für die Länge eines Abschnitts, in dem keine Absaugung erforderlich ist, folgt dann mit

$$l^* = 2 \cdot \tau_{\text{loss}} \cdot \bar{v}_s$$

$$H_2 : l^* \approx 1 \text{ m}$$

$$CO : l^* \approx 0,3 \text{ m}$$

Da innerhalb der Absaugplatten der tolerable Neutralisationsgrad weit unterschritten wird, und daher der Beitrag zur Q-Verschiebung klein ist, gilt in einem Maschinenabschnitt mit der Länge  $\tilde{L}$  und der Plattengesamtlänge  $\tilde{L}_p$

$$l = \frac{\tilde{L}}{\tilde{L} - \tilde{L}_p} l^*$$

Sind die Längen der einzelnen Platten gleich  $l_p$ , so gilt für die Anzahl  $\tilde{n}$  der Platten

$$\tilde{n} = \frac{\tilde{L}_p}{l_p}$$

Andererseits könnten wir die Beziehung

$$\tilde{n} \cdot l = \tilde{L} - \tilde{L}_p$$

verwenden,

und deshalb erhalten wir

$$(\tilde{L} - \tilde{L}_p)^2 = \frac{l^* \tilde{L}}{l_p} \tilde{L}_p$$

Definieren wir  $\frac{\tilde{L}_p}{\tilde{L}}$  als Plattenfüllgrad  $\alpha$ , so folgt

$$(1 - \alpha)^2 = \frac{l^*}{l_p} \alpha$$

und wegen  $0 \leq \alpha \leq 1$

$$\alpha = 1 + \frac{l^*}{2l_p} - \sqrt{\left(1 + \frac{l^*}{2l_p}\right)^2 - 1}, \quad l = \frac{l^*}{1 - \alpha} \quad (46)$$

Setzt man  $l_p = 1$  m, so erhält man

$$H_2 : \alpha \approx 0.5$$

$$CO : \alpha \approx 2/3$$

$$\text{und} \quad l \approx 2. \text{ m}$$

$$l \approx 1. \text{ m}$$

\* Die Beschleunigung der Ionen durch longitudinale elektrische Felder im Strahl sowie Beschleunigungsmechanismen, die auf Resonanzen zwischen Strahl- und Ionenplasmaschwingungen beruhen, wurde untersucht. Eine brauchbare Lösung für Ionentransport im Strahl wurde nicht gefunden.

Ein Plattenabstand von 1 bis 2 m ist technisch eine harte Forderung. Sie ergibt sich einerseits aus den scharfen Bedingungen für die "Langzeitstabilität" eines Speicherringes und andererseits aus der hohen Strahlstromstärke. Die kleinen Bunchabmessungen, die sich im stationären Betrieb einstellen, wirken sich ebenfalls ungünstig auf die Ionenabsaugung aus.

Unter diesen Bedingungen ergibt sich die Frage nach möglichen Vergrößerungen der longitudinalen Geschwindigkeit  $\bar{v}_S$ .

Tatsächlich kann im Magnetfeld (Ablenkmagnet) die longitudinale Geschwindigkeitskomponente weit höher sein als der thermische Anteil.

### 5. Ionenbewegung im (Ablenk)Magnetfeld

Wir betrachten die Bewegung der Ionen im vertikalen homogenen Magnetfeld  $B_z$  der Ablenkmagnete. Für die longitudinal-horizontale Bewegung der Ionen gelten folgende Bewegungsgleichungen:

$$\begin{aligned} \ddot{S} - B \dot{X} &= 0 \\ \ddot{X} + \bar{\omega}^2 X + B \dot{S} &= 0 \quad , \quad B = \frac{e B_z}{m} \end{aligned} \quad (47)$$

Hierin wurde zur Vereinfachung die transversale Bewegung für einen longitudinal homogenen Strahl beschrieben, was nach Abschnitt 3 für nicht zu große Ströme gerechtfertigt ist. Für die "mittlere" Frequenz  $\bar{\omega}$  erhält man

$$\bar{\omega}^2 = \bar{\omega}_x^2 \approx \frac{e I_b \cdot c^2}{\epsilon_0 \pi \sigma_x^2 f_0 L E_j} \quad (48)$$

und numerisch (DORIS)

$$H_2 : \quad \bar{\omega} \approx 10^8 \text{ Hz} \quad \text{C O : } \bar{\omega} \approx \frac{1}{3.7} \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

Die allgemeine Lösung von (47) lässt sich schreiben in der Form

$$\begin{pmatrix} S \\ X \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + D \begin{pmatrix} t \\ -\frac{B}{\omega^2} \end{pmatrix} + O_1 \begin{pmatrix} 1 \\ i\chi \end{pmatrix} e^{i\Omega t} + O_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -i\chi \end{pmatrix} e^{-i\Omega t} \quad (49)$$

mit den Abkürzungen

$$\chi = \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{B^2}} \quad \text{und} \quad \Omega = B \cdot \chi \quad (50)$$

Der erste Term in (49) ist eine Konstante, der zweite Term beschreibt eine "longitudinale Drift", während die letzten beiden Terme eine Schwingung beschreiben. Für die Anfangsbedingung

$$\begin{aligned} S &= 0, \quad \dot{S} = v_0 \\ &\text{bei } t = 0 \\ X &= \xi, \quad \dot{X} = 0 \end{aligned}$$

ergibt sich die "Driftgeschwindigkeit" der Zykloide:

$$|D| = \left| \xi - \frac{v_0}{B} \right| \frac{\bar{\omega}}{\frac{\bar{\omega}}{B} + \frac{B}{\bar{\omega}}} \quad (51)$$

Ist  $V$  die momentane thermische Longitudinalgeschwindigkeit, so ist im thermischen Mittel

$$\begin{aligned} d(\xi) &= \overline{\left| \xi - \frac{v}{B} \right|}_{t_h} \geq \frac{\bar{v}_s}{B} \\ \overline{|D|}_{t_h} &= d(\xi) \cdot \frac{\bar{\omega}}{\frac{\bar{\omega}}{B} + \frac{B}{\bar{\omega}}} \quad (52) \end{aligned}$$

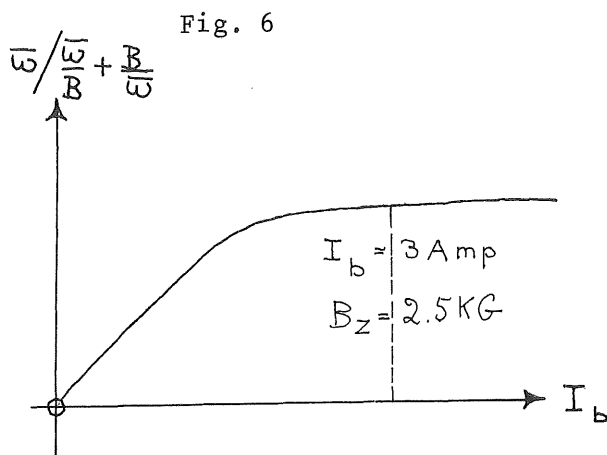
Numerisch ergibt sich für  $(B_z) = 2,5 \text{ kGauß}$  (DORIS)

$$H_2 : B \approx 10^7 \text{ Hz}$$

$$CO : B \approx \frac{1}{1.4} 10^6 \text{ Hz}$$

Den qualitativen Verlauf des Faktors  $\frac{\bar{\omega}}{\frac{\bar{\omega}}{B} + \frac{B}{\bar{\omega}}}$  in (51) und (52) als Funktion

der Stromstärke zeigt



Bei konstantem Magnetfeld ergibt sich zunächst für

$$\bar{\omega} \ll B \quad (53)$$

ein linearer Anstieg, der schließlich für

$$\bar{\omega} \gg B \quad (54)$$

in eine "Sättigung" übergeht. In diesem Teil ist  $|\bar{D}|$  unabhängig von

der Stromstärke  $I_b$ . In Fig. 7 ist dieser Zusammenhang anhand der entsprechenden Zykloidenbewegungen erläutert.

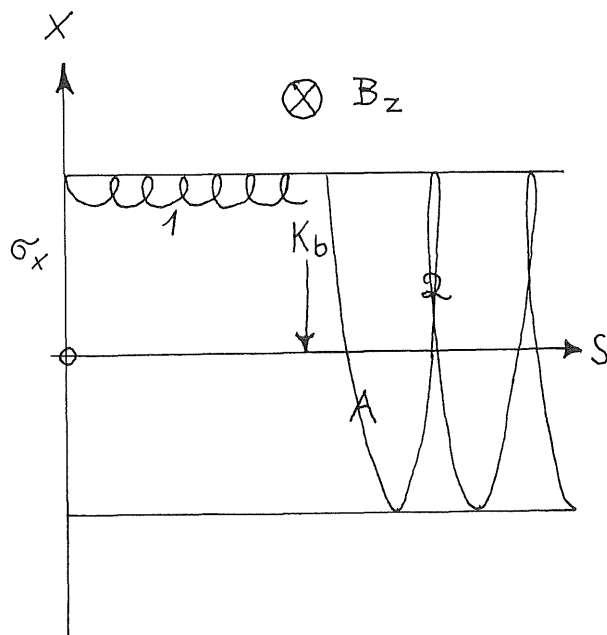


Fig. 7.

Für kleine Ströme  $I_b$  ist die zur Strahlachse gerichtete elektrische Kraft  $K_b$  klein, so daß bei gegebener magnetischer Feldstärke die Krümmung auf der Zykloide (1) entsprechend groß ist. Für  $I_b \rightarrow 0$  gilt daher auch

$$|\bar{D}| \rightarrow 0$$

Für anwachsende Ströme nimmt die Steigung der Zykloidenäste A ab; die Geschwindigkeit, mit der diese Äste durchlaufen werden, nimmt jedoch zu, so daß  $|\bar{D}|$  stromunabhängig wird (2).

Für  $\xi = \sigma_x$  erhält man numerisch ( $\sigma_x \approx 0,5 \text{ cm}$ )

$$H_2: \overline{|D(\sigma_x)|}_{t_h} \approx 50 \text{ km/sec}, \quad CO: \overline{|D(\sigma_x)|}_{t_h} \approx 3.5 \text{ km/sec}$$

Für die mittlere "plattenfreie" Länge in den Ablenkmagneten können wir schreiben

$$\bar{\ell} = 2 \tau_{\text{loss}} \frac{1}{\sigma_x} \int_0^{\sigma_x} d\xi \overline{|D(\xi)|}_{t_h} \approx \tau_{\text{loss}} \overline{|D(\sigma_x)|}_{t_h} \quad (55)$$

oder numerisch (DORIS)

$$H_2: \bar{\ell}_M \approx 50 \text{ m} \qquad CO: \bar{\ell}_M \approx 3.5 \text{ m}$$

Bei dieser Betrachtung blieb die Ionenproduktion durch Synchrotronstrahlung im Strahl unberücksichtigt.

Die  $\bar{\ell}_M$ -Werte erlauben wegen der CO-Komponente kaum, auf Absaugplatten in den Ablenkmagneten zu verzichten. Andererseits ist ein Verzicht nur möglich, wenn die Ionen am Ende der Magnete durch Platten entfernt werden.

Welche Konsequenzen sich für eine solche Plattenanordnung angesichts der Platten-Strahlwechselwirkung ergeben, ist z.Zt. noch offen. Es sei nochmals betont, daß die numerischen Resultate auf Grund der theoretischen und experimentellen Unsicherheiten bei der Beurteilung der Strahlintensitäten und der zu erzielenden Restgasdrücke Abschätzungen sind, welche die Größenordnung der Absaugparameter charakterisieren.

Referenzen:

1. E.D.Courant, Snyder, H.S, Ann. Phys. 3(1958)
2. Phil Morton SPEAR - 28 (1970)
3. K.Steffen, DESY-H/18 (1969)
4. H.Wiedemann, private Mitteilung
5. R. Jolivot, Orsay Rapport technique 75-63 (1963)

Für Diskussionen theoretischer und vakuumtechnischer Fragen  
danke ich den Herren Drs. J.Kouptsidis, H.Nesemann, H.Pingel  
und A.Piwinski.