

Verbesserung der  $WW/ZZ$ -Unterscheidung  
am ILC durch Berücksichtigung von  
Photonabstrahlung in kinematischen Fits

**Improving the Pair Separation of  $WW/ZZ$   
at the ILC by Consideration of  
Photon Radiation in Kinematic Fits**

Diplomarbeit

Moritz Beckmann

angefertigt am  
Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) Hamburg

bei  
Dr. Jenny List

vorgelegt an der  
Fakultät für Mathematik und Physik  
der Leibniz Universität Hannover

4. Mai 2009



## Kurzfassung

Am geplanten International Linear Collider (ILC) sollen Messungen mit höchster Präzision durchgeführt werden, wodurch enorme Anforderungen an den zu entwickelnden Detektor gestellt werden. Eine weitere Erhöhung der Präzision kann erzielt werden, indem man die gewonnenen Daten einem kinematischen Fit unterzieht, der z. B. Energie- und Impulserhaltung erzwingt. Dies setzt jedoch voraus, dass sämtliche Energien und Impulse berücksichtigt werden.

Photonabstrahlung im Anfangszustand und Beamstrahlung sind zwei Prozesse, bei denen Photonen überwiegend in Strahlrichtung abgegeben werden und ungemessen im Strahlrohr verschwinden. Aufgrund der höheren Schwerpunktsenergie und stärkeren Strahlfokussierung werden diese Prozesse am ILC stärker als an früheren Beschleunigern in Erscheinung treten. Die vorliegende Arbeit untersucht die Auswirkungen auf kinematische Fits am Beispiel der Unterscheidung von Ereignissen mit  $WW/ZZ$ -Paarproduktion und zeigt verschiedene Ansätze zur Berücksichtigung der beiden Prozesse auf.

Es wurde ein kinematischer Fit auf einem Datensatz simulierter Ereignisse  $e^+e^- \rightarrow u\bar{d}\bar{d}u$  durchgeführt, der Energie- und Impulserhaltung sowie Gleichheit der Boson-Massen erzwingt. Es zeigt sich, dass 25 % mehr Ereignisse behandelt werden können, wenn die Photonabstrahlung mit einer einfachen Näherung des Impulsspektrums der Photonen berücksichtigt wird. Die durch den Fit erzielte Verbesserung der Auflösung nimmt dabei sogar noch zu. Auf diese Weise lässt sich eine Massenauflösung (ohne Zerfallsbreite) von 1.9 GeV erzielen.

## Abstract

The International Linear Collider (ILC) is intended for high precision measurements. This places enormous demands on detector precision in the ongoing detector development program. Precision can be further improved by application of a kinematic fit to the data, forcing energy and momentum conservation. However, this requires all energies and momenta to be considered.

Initial state radiation and beamstrahlung are two processes which emit photons predominantly in the beam direction and which escape detection. Due to higher center-of-mass energy and stronger focussing of the beam, these processes will have more impact at the ILC than at earlier colliders. This thesis investigates the effects of these processes on kinematic fits at the example of the separation of events with  $WW/ZZ$  pair production events. Different approaches in consideration of these processes are pointed out.

A kinematic fit was performed on a sample of simulated  $e^+e^- \rightarrow u\bar{d}\bar{d}u$  events, forcing energy and momentum conservation and equal boson masses. It is shown that 25 % more events can be covered in this fit, if photon radiation is taken into consideration using a basic approximation of the momentum spectrum of the photons. This method obtains even a further increase in resolution. Thus, a mass resolution of 1.9 GeV (without decay width) can be obtained.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>11</b>
2.1	Der International Large Detector . . . . .	11
2.2	Kinematische Fits . . . . .	14
2.2.1	Prinzip . . . . .	14
2.2.2	Formalismus . . . . .	14
2.2.3	Umsetzung . . . . .	17
2.3	Photonabstrahlung . . . . .	18
2.3.1	Initial State Radiation (ISR) . . . . .	18
2.3.2	Beamstrahlung (BS) . . . . .	19
2.3.3	Konsequenzen für den Fit . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Ausgangssituation und Zielsetzung</b>	<b>23</b>
3.1	Vergleichsdatensatz . . . . .	23
3.2	Kriterien für den Vergleich der Fits . . . . .	29
3.3	Fits ohne Photonberücksichtigung . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Berücksichtigung der ISR/BS</b>	<b>37</b>
4.1	Möglichkeiten . . . . .	37
4.2	Parametrisierung . . . . .	38
<b>5</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>41</b>
5.1	Weitere Kriterien für den Vergleich der Fits . . . . .	41
5.2	Simple Photonfitobjekt . . . . .	42
5.2.1	Transversalimpuls fest . . . . .	42
5.2.2	Transversalimpuls frei . . . . .	48
5.3	Andere Beschreibung des Impulsspektrums . . . . .	54
5.3.1	Parametertransformation . . . . .	54
5.3.2	Näherung durch eine Potenzfunktion . . . . .	56

<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>65</b>
<b>A</b>	<b>Herleitungen</b>	<b>69</b>
A.1	Reduzierte Schwerpunktsenergie . . . . .	69
A.2	Invariante 2-Jet-Masse als Funktion der Jetenergien . . . . .	70
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>71</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>73</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>75</b>

# Kapitel 1

## Einführung

Ziel der Teilchenphysik ist es, den fundamentalen Aufbau der Materie zu verstehen. Dies beinhaltet zunächst vor allem die Erforschung der aller kleinsten Bauteile der Materie sowie der Wechselwirkungen (Kräfte), die zwischen diesen Bauteilen wirken. Damit verbunden ist jedoch auch der Aufbau des gesamten Universums. Das *Standardmodell der Teilchenphysik* hat sich in den letzten Jahrzehnten als sehr erfolgreiche Theorie herausgestellt, lässt zur Zeit aber auch noch einige Fragen offen, vor allem die Frage nach dem Ursprung der Masse. Dafür wird derzeit der *Higgs-Mechanismus* als Erklärung favorisiert, der durch die Brechung der *elektroschwachen Symmetrie* dazu führt, dass *Fermionen* und die *W-* und *Z-Bosonen* Masse besitzen. Ein wesentlicher Schritt zur Bestätigung dieser Hypothese wäre die Entdeckung eines *Higgs-Bosons*, das demzufolge bei Energien in der Größenordnung von Teraelektronenvolt<sup>1</sup> gefunden werden müsste.

Dazu wurde am CERN<sup>2</sup> ein neuer Teilchenbeschleuniger – der Large Hadron Collider (LHC) – gebaut, der solche Kollisionsenergien erreichen kann. Am LHC kollidieren Protonen miteinander, deren (im Vergleich zu Elektronen) große Massen einen relativ einfachen Vorstoß zu hohen Kollisionsenergien erlauben. Da Protonen keine Elementarteilchen sind, fehlen jedoch Informationen über den genauen Anfangszustand bei der Kollision, wodurch die Präzision der Vermessung neuentdeckter Teilchen begrenzt wird. Aus diesem Grund plant man weitere Teilchenbeschleuniger, in denen Elementarteilchen miteinander kollidieren, um die Eigenschaften neuentdeckter Teilchen genauer bestimmen zu können – darunter den International Linear Collider (ILC).

---

<sup>1</sup>Elektronenvolt (eV): Energieeinheit, 1 Volt multipliziert mit der Ladung des Elektrons, entspricht  $1.602 \cdot 10^{-19}$  Joule. Teraelektronenvolt (TeV) =  $10^{12}$  eV, Gigaelektronenvolt (GeV) =  $10^9$  eV

<sup>2</sup>Europäische Organisation für Kernforschung in Genf (Schweiz), die Abkürzung CERN stammt vom früheren Namen Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire

Abbildung 1.1 zeigt eine schematische Darstellung des ILC. Es handelt sich dabei um zwei aufeinander gerichtete, ca. 15 km lange Linearbeschleuniger für Elektronen und Anti-Elektronen<sup>3</sup>, die bei einer Schwerpunktsenergie von bis zu  $\sqrt{s} = 500$  GeV miteinander kollidieren. Ein Ausbau auf bis zu  $\sqrt{s} = 1$  TeV ist als spätere Option vorgesehen.

Im Gegensatz zu früheren Beschleunigern ist hier eine Ausführung als Ring unwirtschaftlich, da die Energieverluste durch *Synchrotronstrahlung* zu groß werden. Synchrotronstrahlung bezeichnet die Photonen, die von geladenen Teilchen abgestrahlt werden, wenn diese beschleunigt (z. B. um die Kurve gelenkt) werden.

Eine weitere wichtige Größe ist die *Luminosität*. Dabei handelt es sich um die Anzahl der *Ereignisse* (Kollisionen) pro Zeit und Strahlquerschnitt. Im weiteren Sinne ist das die Menge gewonnener Daten pro Laufzeit und den damit verbundenen Betriebskosten, weshalb eine möglichst hohe Luminosität angestrebt wird. Dies stößt aber nicht nur ab einem gewissen Punkt an technische Grenzen, sondern führt auch zu anderen Problemen, wie später erläutert wird.

Der wesentliche Zweck des ILC sind Messungen mit höchster Präzision. Ein Aspekt dessen ist auch die Unterscheidung von *WW/ZZ*-Paaren, die u. a. bei der Untersuchung der erwähnten *elektroschwachen Symmetriebrechung* eine Rolle spielt. Wenn in schwach wechselwirkenden Prozessen ein Paar von *W*- bzw. *Z*-Bosonen produziert wird, zerfallen diese in ca. 70% aller Fälle in Quarks. Die Quarks bilden wiederum Hadronen-Jets, die im Detektor registriert werden. Viele Kombinationen von Quarks können allerdings sowohl aus *W*- als auch aus *Z*-Zerfällen stammen. Die Unterscheidung ist dann nur noch anhand der invarianten Masse der beiden zueinander gehörenden Jetpaare möglich. Dies stellt hohe Anforderungen an die Detektorauflösung der Jetenergie. Hier wird  $\sigma_E/E \sim 3\text{-}4\%$  angestrebt, was für einige Detektor-komponenten eine Verbesserung um einen Faktor 2 gegenüber dem heutigen Stand der Technik erfordert. [1],[2]

Nun ist aber noch eine weitere Erhöhung der Messgenauigkeit möglich, indem man mit Hilfe *kinematischer Fits* zusätzliche Informationen in die rekonstruierten Daten einfließen lässt. Kinematische Fits wurden bereits bei LEP<sup>4</sup> eingesetzt, um die *W*-Masse mit größerer Genauigkeit zu bestimmen [3]. Typische Massenauflösungen konnten durch den Einsatz kinematischer Fits von 8-10 GeV auf 3-4 GeV gesenkt werden. Allerdings führte Photonabstrahlung zu einer Verschiebung der *W*-Masse im Fit, die anhand von Monte-Carlo-Simulationen abgeschätzt wurde. Am ILC wird es zu deutlich

---

<sup>3</sup>auch als Positronen bezeichnet

<sup>4</sup>Large Electron-Positron Collider am CERN

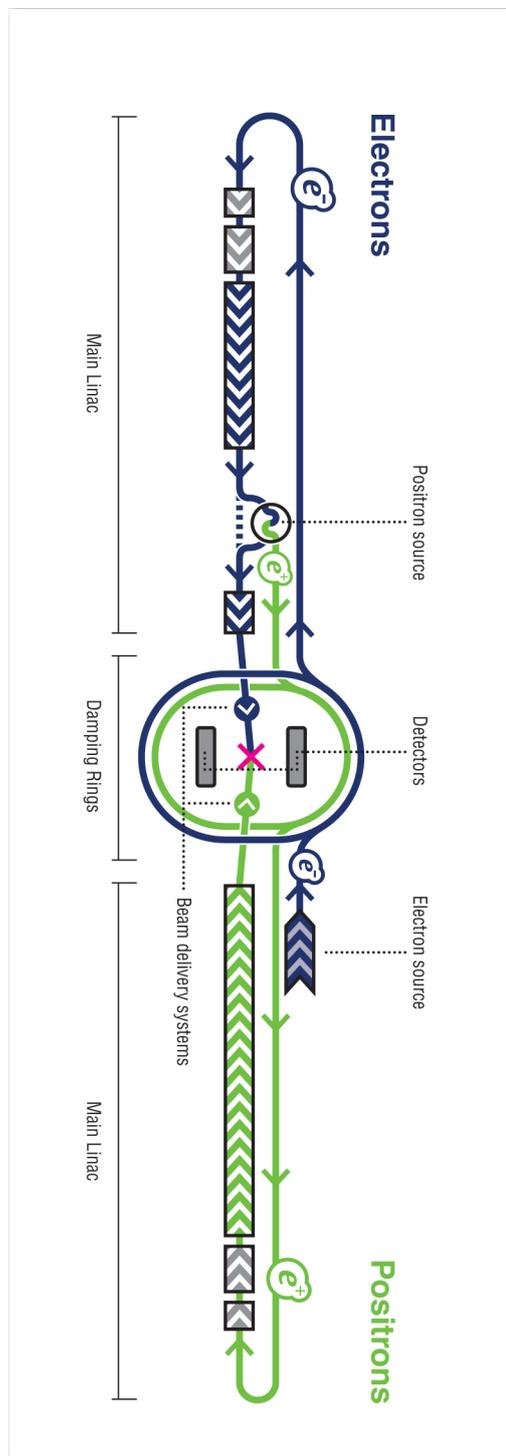


Abbildung 1.1: Der International Linear Collider (ILC). [4]

mehr Photonabstrahlung kommen, so dass sich dieser Effekt verstärkt und andere Wege erfordert, die Verschiebung der  $W$ -Masse zu berücksichtigen. An dieser Stelle setzt die vorliegende Arbeit an.

Im folgenden Kapitel werden der Detektor und die *kinematischen Fits* genauer vorgestellt, sowie zwei Prozesse, die durch Photonabstrahlung bei diesen Fits zu Problemen führen. Anschliessend werden diese Probleme und verschiedene Lösungsansätze vorgestellt und diskutiert.

## Konventionen

Skalare, Vektoren und Matrizen werden folgendermassen dargestellt: Skalare durch kursive Buchstaben ( $E, \lambda_k$ ), Vektoren (inkl. Vierervektoren) durch fettgedruckte kursive Buchstaben ( $\mathbf{p}, \boldsymbol{\xi}$ ) und Matrizen durch fettgedruckte aufrechte Buchstaben ( $\mathbf{C}$ ). Dreivektoren werden zur Unterscheidung durch einen Vektorpfeil anstelle des Fettdrucks gekennzeichnet ( $\vec{p}$ ).

Das verwendete Koordinatensystem ist kartesisch und rechtshändig (wie in [5] beschrieben) und bezieht sich auf das Schwerpunktssystem der Kollision. Die  $z$ -Achse verläuft parallel zum Strahl und zeigt in Flugrichtung der Elektronen, die  $y$ -Achse zeigt nach oben.

Als Dezimaltrennzeichen wird hier generell der Punkt verwendet, da einige Abbildungen Zahlen in dieser Schreibweise enthalten.

Massen und Impulse werden in „natürlichen“ Einheiten angegeben, d. h. in GeV statt GeV/ $c^2$  bzw. GeV/ $c$ .

# Kapitel 2

## Grundlagen

### 2.1 Der International Large Detector

Zur Zeit gibt es drei konkurrierende Detektorentwürfe für den ILC, von denen zwei im „Push-Pull“-Verfahren zum Einsatz kommen werden. Diese Arbeit verwendet Simulationen für den International Large Detector (ILD) [2]. Auf die beiden anderen Konzepte (Silicon Detector [6] und 4th Concept [7]) wird hier nicht weiter eingegangen.

Der Detektor ist nach dem „Zwiebelschalen“-Prinzip um den Kollisionspunkt der beiden Strahlen aufgebaut, wie in Abb. 2.1 schematisch dargestellt. Die Schalen bestehen aus verschiedenen Detektorkomponenten, die verschiedene Eigenschaften unterschiedlicher Teilchensorten bestimmen. Die inneren Schalen sollen möglichst wenig (absorbierendes) Material enthalten, um die Messungen der äußeren Detektorkomponenten möglichst wenig zu beeinflussen. Die wesentlichen Komponenten des ILD sind:

**Der Vertexdetektor:** Die innerste Komponente besteht aus mehreren Schichten hochpräziser Halbleiterdetektoren. Hiermit wird bestimmt, ob Teilchen vom primären Vertex (Kollisionspunkt) oder eventuellen sekundären Vertizes (z. B. durch Zerfall kurzlebiger Teilchen) stammen.

**Die Spurkammer:** Durchlaufen geladene Teilchen diese gasgefüllte Kammer, ionisieren sie das Gas entlang ihrer Flugbahn. Anhand dieser Ionisationspuren bestimmt man die Flugbahn der Teilchen. Ein 3.5 Tesla starkes Magnetfeld parallel zur Strahlrichtung lenkt die Teilchen auf Kreisbahnen ab, deren Radius proportional zum Impuls ist. Aus der Ablenkungsrichtung ergibt sich die Ladung. Als dritte Information zur Teilchenidentifikation erhält man den Energieverlust durch die Ionisation. Am ILD wird die Spurkammer in Form einer Zeitprojektions-

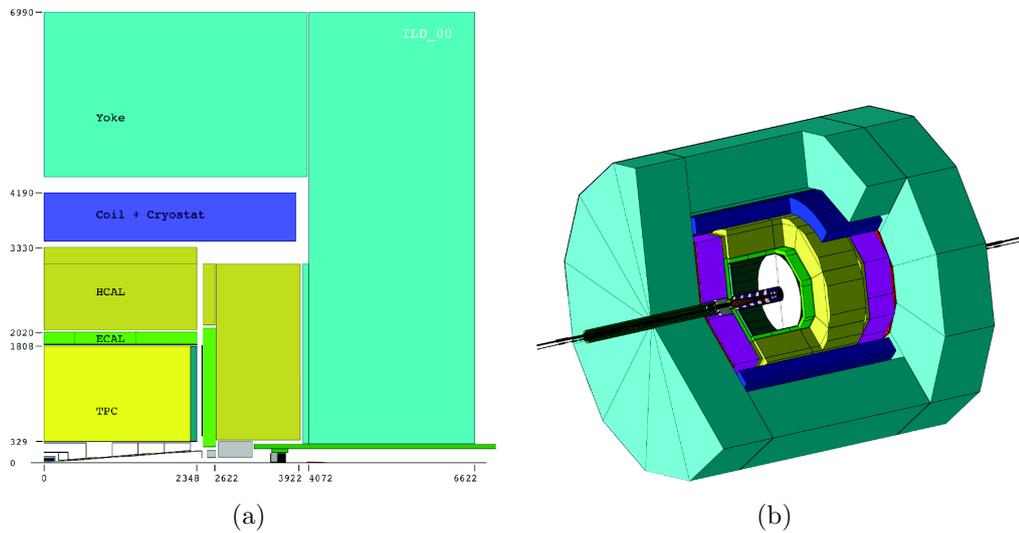


Abbildung 2.1: Der International Large Detector (ILD) [2]. (a) zeigt einen Schnitt durch Detektor entlang des Strahls, dargestellt ist das rechte obere Viertel. Die Zahlen geben die Entfernung vom Wechselwirkungspunkt in mm an. (b) zeigt eine dreidimensionale Darstellung des Detektors.

kammer (engl.: time projection chamber, TPC) realisiert, die im Gegensatz zu anderen Bauformen auch die Bestimmung der  $z$ -Koordinate durch Messung der Driftzeit der Elektronen zu den Enden der Kammer ermöglicht. Hier wird eine Ortsauflösung in der Größenordnung von einigen hundert Mikrometern angestrebt. Die Impulsauflösung soll bei  $\delta(1/p_t) \sim 9 \cdot 10^{-5} (GeV/c)^{-1}$  liegen, die Auflösung für den Energieverlust  $dE/dx$  bei 5%, die Effizienz bei 97%.

**Silizium-Spurdetektoren:** Dies sind dünne ( $\sim$  mm) Schichten aus Halbleiterdetektoren, die innerhalb der TPC sowie zwischen TPC und Kalorimeter untergebracht sind, um die Flugbahnen der Teilchen auf wenige  $\mu\text{m}$  genau verfolgen zu können. Da diese Detektoren aus deutlich mehr Material als die TPC bestehen, werden sie bei hier nur ergänzend (und nicht anstelle einer TPC) eingesetzt.

**Die Kalorimeter:** Hier wird die Teilchenenergie gemessen. Dazu lässt man die Teilchen durch einander abwechselnde Schichten von Absorbermaterial und *aktivem Material* fliegen. Das aktive Material besteht aus Halbleiter- oder Szintillatordetektoren, die registrieren, wie tief die Teilchen in das Kalorimeter eindringen, ohne absorbiert zu werden, woraus sich die Energie ergibt. Man unterscheidet zwischen dem elektromagne-

tischen Kalorimeter (ECAL), das auf die Energiemessung für Elektronen und Photonen optimiert ist, und dem hadronischen Kalorimeter (HCAL), das auf die Energiemessung für Hadronen optimiert ist. Das ECAL besteht aus 30 Lagen Wolfram, ist 23.6 Strahlungslängen dick und erreicht eine Auflösung von  $\sigma_E/E \sim 15\%/\sqrt{E}$ . Das HCAL verwendet Stahl als Absorber, beide Kalorimeter zusammen sind 6.86 hadronische Wechselwirkungslängen dick. Das HCAL erreicht eine Auflösung von  $\sigma_E/E \sim 50\%/\sqrt{E}$ .

**Der Magnet:** Die Spule, die das Magnetfeld für die TPC bereitstellt, befindet sich außerhalb der Kalorimeter. Dadurch befindet sich weniger (absorbierendes) Material im Inneren des Detektors.

**Vorwärtskalorimeter:** Diese speziellen, besonders strahlungsresistenten Kalorimeter sind in der *Vorwärtsregion* (engl.: forward region) rund um das Strahlrohr angeordnet und stellen sicher, dass der „blinde Fleck“ durch die Ein- und Austrittsöffnungen für die Teilchenstrahlen möglichst klein wird. Der „blinde Fleck“ befindet sich hier bei Polarwinkeln von weniger als 5 mrad ( $0.29^\circ$ ).

Hochpräzise Messungen stellen nicht nur hohe Anforderungen an die einzelnen Detektorkomponenten, sondern erfordern auch, dass die einzelnen Messungen sich gegenseitig ergänzen. Dazu werden die Teilchen, die die Detektorsignale ausgelöst haben, durch einen „Particle flow“-Algorithmus [8] *rekonstruiert*, der Spuren und Kalorimeter-Signale einander zuordnet. Dies setzt voraus, dass alle Detektorkomponenten eine hinreichend hohe Ortsauflösung haben, so dass einzelne Teilchen aus einem Jet zuverlässig voneinander unterschieden werden können. Im Anschluss an die *Rekonstruktion* der einzelnen Teilchen werden die Jets rekonstruiert, indem man die Teilchen gruppiert, die in ähnliche Richtungen fliegen. Bei niedrigen Jetenergien ( $\sim 45$  GeV) ist die Gesamtauflösung durch die Auflösung der Kalorimeter begrenzt; bei höheren Jetenergien ( $\sim 100$  GeV und höher) begrenzt die Fähigkeit des „Particle flow“-Algorithmus, die Signale einander korrekt zuzuordnen, die Auflösung maßgeblich.

## 2.2 Kinematische Fits

### 2.2.1 Prinzip

Kinematische Fits<sup>1</sup> werden zur Fehlerkorrektur gemessener Parameter (Energie, Impuls etc.) benutzt. Mögliche Fehlerquellen sind

- die beschränkte Detektorauflösung,
- prinzipiell (so gut wie) nicht detektierbare Teilchen, z. B. Neutrinos, und
- prinzipiell detektierbare Teilchen, die durch das Strahlrohr oder Lücken zwischen Detektorkomponenten entkommen.

Die grundsätzliche Idee eines kinematischen Fits ist vergleichbar mit der Aufgabe, eine Reihe von Messwerten durch eine Funktion zu beschreiben. Vermutet man beispielsweise einen linearen Zusammenhang, würde man eine Gerade an die Messwerte anpassen. Falls diese *Fithypothese* falsch sein sollte, werden die Abstände der Messwerte von der Geraden z. T. recht groß sein. Ein Maß dafür wird im folgenden Abschnitt vorgestellt.

Grundlage für die Korrektur der Messfehler sind zusätzliche, redundante Informationen, wie z. B. Energieerhaltung: Neben den gemessenen Energien der detektierten Teilchen ist die *Nebenbedingung* bekannt, dass die Summe dieser Energien gerade gleich der Summe der Strahlenergien sein sollte (wenn man undetektierte Teilchen vernachlässigt).

Beim kinematischen Fit besteht die Fithypothese aus den im Detektor sichtbaren bzw. nicht sichtbaren *Fitobjekten* (z. B. hadronischen Jets, einzelnen Leptonen oder Neutrinos) und den Nebenbedingungen.

Jedes Fitobjekt wird durch einen Vierervektor dargestellt. Häufig bietet sich allerdings eine andere Parametrisierung an, die die Besonderheiten der jeweiligen Fitobjekte berücksichtigt. Bei Teilchen mit bekannter Masse wählt man zweckmässigerweise eine Parametrisierung mit der Masse als festem sowie drei weiteren variablen Parametern, etwa  $(m, p_x, p_y, p_z)$ .

### 2.2.2 Formalismus

Ein kinematischer Fit verwendet folgende Größen:

- Parameter  $\eta_m$  gemessener Fitobjekte mit Messwerten  $a_m$   
 $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \dots, \eta_M)$ ,  $\boldsymbol{a} = (a_1, \dots, a_M)$

---

<sup>1</sup>Fit (engl.): Anpassung, Ausgleichsrechnung

- Parameter  $\xi_n$  ungemessener Fitobjekte (z. B. Neutrinos),  $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_N)$
- *Harte* Nebenbedingungen<sup>2</sup>  $G_k(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = 0$ ,  $k = 1, \dots, K$
- *Weiche* Nebenbedingungen<sup>3</sup>  $\chi_l^2(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})$ ,  $l = 1, \dots, L$

Harte Nebenbedingungen müssen exakt erfüllt sein, wie z. B. Energieerhaltung: Die Summe der Energien der einlaufenden Teilchen  $E_i^{\text{in}}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})$  muss gleich der Summe der Energien der ausgehenden Teilchen  $E_j^{\text{out}}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})$  sein:

$$\sum_i E_i^{\text{in}}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) - \sum_j E_j^{\text{out}}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = 0 \quad (2.1)$$

Weiche Nebenbedingungen müssen nicht exakt erfüllt sein und berücksichtigen z. B. eine natürliche Massenbreite. Sie haben die Form

$$\chi_l^2(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{H_l^2(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})}{\delta H_l^2} \quad (2.2)$$

Dabei ist  $H_l$  eine Funktion der Parameter, die genau dann Null ist, wenn die Bedingung exakt erfüllt ist.  $\delta H_l$  ist eine geeignete Auflösungskonstante.

Als Maß für die Abweichung der gemessenen Parameter von den Messwerten dient der Ausdruck

$$\chi^2 = (\boldsymbol{\eta} - \mathbf{a})^T \mathbf{C}^{-1} (\boldsymbol{\eta} - \mathbf{a}) \quad (2.3)$$

wobei  $\mathbf{C}^{-1}$  die Kovarianzmatrix der gemessenen Parameter ist. Diese Abweichung soll nun unter den Nebenbedingungen  $G_k$  und  $\chi_l^2$  minimiert werden. Dazu minimiert man

$$\chi_T^2 = \chi^2(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{a}) + \sum_{k=1}^K \lambda_k \cdot G_k(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) + \sum_{l=1}^L \chi_l^2(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) \quad (2.4)$$

mit Lagrange-Multiplikatoren  $\lambda_k$ . Aus der für das Minimum notwendigen Bedingung  $\nabla \chi_T^2 = 0$  folgt

$$\frac{\partial \chi_T^2}{\partial \lambda_k} = G_k = 0 \quad (2.5)$$

wodurch die Erfüllung der harten Nebenbedingungen garantiert wird. Die  $\chi_l^2$  liefern zusätzliche Beiträge zum  $\chi^2$ , die Abweichungen vom Sollwert „bestrafen“.

---

<sup>2</sup>engl.: *hard* constraints

<sup>3</sup>engl.: *soft* constraints

Die Bedingung  $\nabla\chi_T^2 = 0$  enthält  $M + K$  einzelne Gleichungen, mit denen man  $M + N$  Parameter bestimmen möchte. Für  $N < K$  kann man also ein überbestimmtes Gleichungssystem formulieren, das gerade der oben erwähnten redundanten Information entspricht. Die Anzahl der *Freiheitsgrade*  $K + L - N$ , die die weichen Nebenbedingungen miteinbezieht, liefert ein Maß für die Redundanz.

Die Lösung dieses Gleichungssystems ist i. d. R. zeit- und rechenaufwendig. Es gibt verschiedene Algorithmen – sogenannte Fitter –, die dies schrittweise tun. Abbildung 2.2 illustriert die Aufgabe eines Fitters anhand eines Beispiels mit zwei gemessenen Parametern und einer harten Nebenbedingung. Weitere Details zu verschiedenen Fittern finden sich in [9].

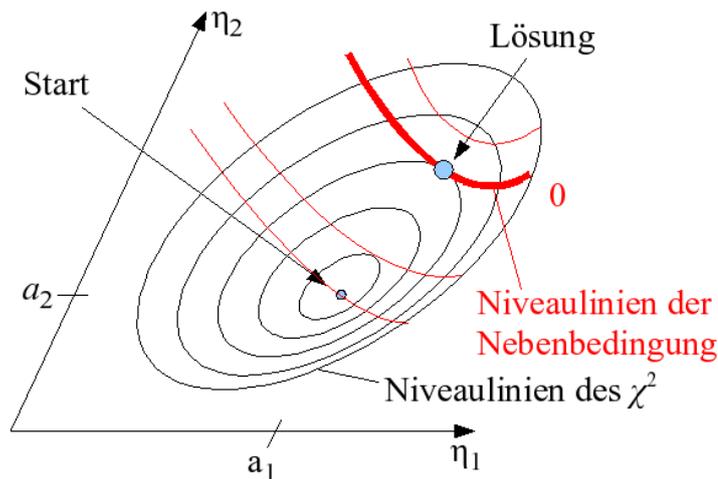


Abbildung 2.2: Aufgabe eines Fitters: Ausgangspunkt für die Parameter  $\eta_1, \eta_2$  sind i. d. R. die Messwerte  $a_1, a_2$ . Dort ist  $\chi^2 = 0$ , aber die Nebenbedingung ist nicht erfüllt. Von dort aus soll sich der Fitter schrittweise der Lösung zu nähern. Dies ist der Punkt mit dem kleinsten  $\chi^2$ , für das die Nebenbedingung erfüllt ist. Die Vorlage für diese Abbildung wurde freundlicherweise von Benno List zur Verfügung gestellt.

Fasst man das  $\chi_T^2$  als Maß dafür auf, wie gut eine Fithypothese zu den Messwerten passt, lassen sich kinematische Fits auch zum Test verschiedener Fithypothesen nutzen: Man fittet alle in Frage kommenden Hypothesen und akzeptiert diejenige mit dem kleinsten  $\chi_T^2$ .

### 2.2.3 Umsetzung

Die kinematischen Fits werden hier mit dem Software-Paket *MarlinKinfit* [9] durchgeführt, das im Framework *Marlin* [10] implementiert ist. Der Quelltext findet sich in *MarlinReco* [11], einem umfangreicheren Software-Paket zur Rekonstruktion der Rohdaten eines ILC-Detektors, das auf Marlin basiert.

MarlinKinfit besteht aus drei wesentlichen Bestandteilen, nämlich dem Minimierungs-Algorithmus (Fitter), den Nebenbedingungen und den Fitobjekten. In Objekt-orientierter Programmierung wurde dies in Form von drei Klassen umgesetzt. Nebenbedingungen und Fitobjekte müssen in der Lage sein, ihre Eigenschaften dem Fitter bereitzustellen. Ein Fitobjekt muss z. B. seinen Viererimpulsvektor sowie dessen Ableitungen nach den gewählten Parametern berechnen können. Details hierzu finden sich in [9].

## 2.3 Photonabstrahlung

### 2.3.1 Initial State Radiation (ISR)

Bei Photonabstrahlung im Anfangszustand (engl.: initial state radiation), im Folgenden mit ISR abgekürzt, handelt es sich um einen Effekt aus der *Quantenelektrodynamik* (QED). Als ISR bezeichnet man reelle Photonen, die vor der eigentlichen Wechselwirkung abgestrahlt werden. Analog bezeichnet man reelle Photonen, die nach der eigentlichen Wechselwirkung abgestrahlt werden, als final state radiation (FSR) bzw. Photonabstrahlung im Endzustand. Abbildung 2.3 zeigt ein Feynman-Diagramm, in dem jedes Elektron<sup>4</sup> jeweils ein Photon abstrahlt.

Prinzipiell sind auch mehrere Photonen pro Elektron denkbar, allerdings erhöht jedes zusätzliche Photon die Ordnung des entsprechenden Feynman-Diagramms, so dass der entsprechende Beitrag mit einem zusätzlichen Faktor  $\sqrt{4\pi\alpha} \approx 0.092$  gewichtet wird. Daher können höhere Ordnungen vernachlässigt werden.

Da das Verhalten der ISR auch vom jeweils zu Grunde liegenden Prozess abhängt, sind die folgenden Abbildungen aus den generierten Daten für den später untersuchten Prozess (Abschnitt 3.1) erstellt.

Abbildung 2.4(a) zeigt ein Beispiel für das Energiespektrum der ISR. Aus der doppelt-logarithmischen Darstellung wird ersichtlich, dass das Spektrum einer Potenzfunktion der Form  $E_\gamma^{-b}$  mit einem festen Exponenten  $b$  (hier  $b = 0.94$ ) folgt. Die Unregelmäßigkeiten bei sehr kleinen Energien und der Abbruch des Spektrums bei  $\ln(E_\gamma) = -32$  sind vermutlich numerisch bedingt. Abbildung 2.4(b) zeigt die Verteilung der Polarwinkel der ISR. Hier erkennt man, dass der größte Teil der Photonen parallel zum Strahl ( $\cos \theta_\gamma \approx \pm 1$ ) abgestrahlt wird.

Die Abstrahlung eines ISR-Photons mit Energie  $E_\gamma$  bewirkt, dass die

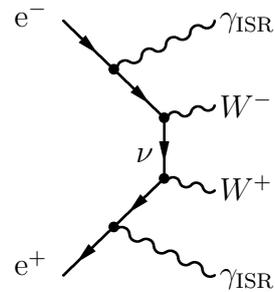


Abbildung 2.3: Photonabstrahlung im Anfangszustand (ISR) bei der  $WW$ -Paarproduktion  $e^-e^+ \rightarrow W^-W^+$ . Es werden zwei zusätzliche ISR-Photonen produziert.

<sup>4</sup>Zur besseren Lesbarkeit ist in diesem Kapitel nur von Elektronen die Rede, wenn Elektronen bzw. Anti-Elektronen gemeint sind.

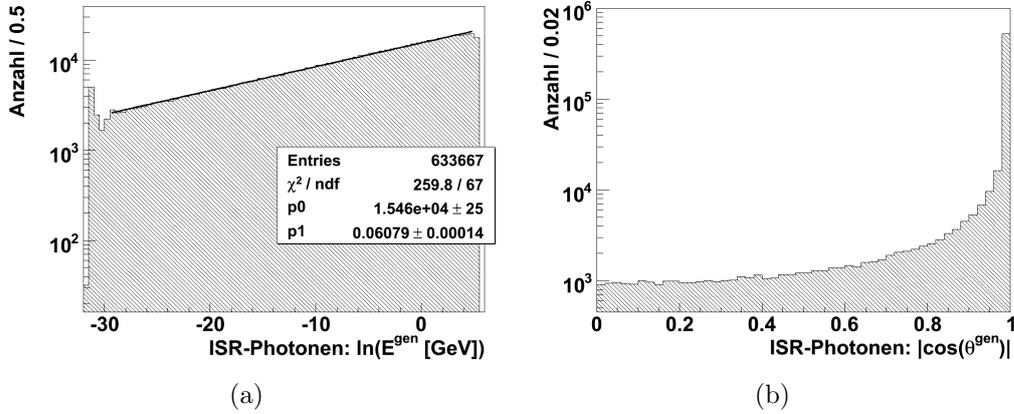


Abbildung 2.4: (a) zeigt das Energiespektrum der ISR-Photonen in doppelt-logarithmischer Darstellung. Das Spektrum lässt sich durch eine Gerade mit Steigung  $b = 0.06$  beschreiben, woraus folgt, dass die Anzahl der abgegebenen Photonen einer bestimmten Energie  $N(E_\gamma)$  proportional zu  $E_\gamma^{1-b} = E_\gamma^{-0.94}$  ist. Der einfachen Umsetzung halber ist die  $y$ -Achse mit der Logarithmus der Basis 10 skaliert, weshalb die gezeigte Steigung nicht der angegebenen entspricht. Der scheinbare Anstieg der Photonenzahl zu höheren Energien hin ist ein Effekt der logarithmischen Darstellung der  $x$ -Achse. (b) zeigt die Polarwinkelverteilung der ISR-Photonen  $\theta_\gamma$ , aufgetragen ist  $|\cos \theta_\gamma|$ .

Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s}$  sich auf  $\sqrt{s'}$  verringert, wobei

$$s' = s - 2\sqrt{s}E_\gamma \quad (2.6)$$

gilt (Herleitung in Anhang A.1). Dies kann durchaus von Vorteil sein, wenn  $\sqrt{s'}$  in die Nähe der Gesamtmasse der Teilchen im Endzustand kommt, so dass der Wirkungsquerschnitt deutlich größer wird. Man spricht dann von einem „radiative return“.

### 2.3.2 Beamstrahlung (BS)

Die Elektronen werden portionsweise in *Paketen* aufeinander geschossen. Wenn zwei solche Elektronenpakete aufeinander zufliegen, beeinflussen sie einander gegenseitig durch ihre elektrischen Felder (Pinch-Effekt). Fliegen sie genau frontal aufeinander zu, werden beide Pakete transversal fokussiert. Wie in Abb. 2.5 dargestellt, werden die Elektronen, die sich außerhalb der Längsachse befinden, dabei zur Mitte hin abgelenkt und strahlen dabei Photonen ab, vergleichbar mit der Synchrotronstrahlung<sup>5</sup>. Diese Photonen wer-

<sup>5</sup>Synchrotronstrahlung und Beamstrahlung sind beides Aspekte des Phänomens, dass beschleunigte Ladungen Photonen abstrahlen – unabhängig davon, wodurch die Beschleu-

den als Beamstrahlung (im Folgenden mit BS abgekürzt) bezeichnet. Da an diesem Prozess Millionen von Teilchen beteiligt sind, kann BS nur mit Hilfe von Näherungen quantitativ beschrieben werden, wie in [12] dargestellt.

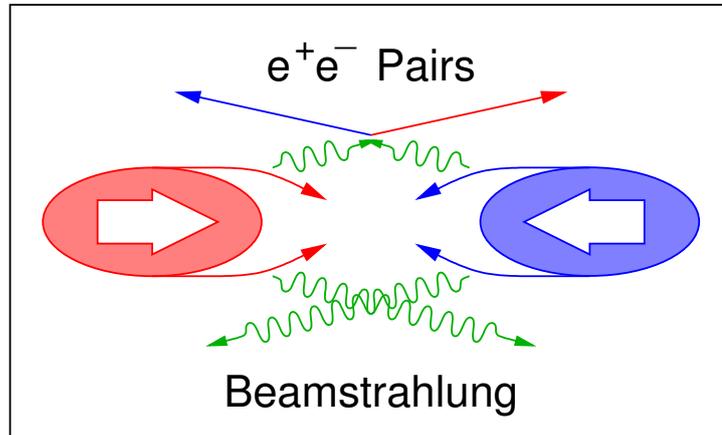


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung des Pinch-Effekts: Zwei Elektronenpakete kurz vor der Kollision. Die äußeren Elektronen werden durch das Feld des entgegengerichteten Paketes nach innen abgelenkt und strahlen dabei Photonen ab. Diese Abbildung wurde freundlicherweise von Adrian Vogel zur Verfügung gestellt.

Um eine möglichst hohe Luminosität zu erreichen, ist es erforderlich, die Pakete möglichst stark zu fokussieren. Am ILC ist bei  $\sqrt{s} = 500$  GeV eine Luminosität von  $2 \cdot 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  geplant, der Strahl soll am Kollisionspunkt  $640 \text{ nm} \times 5.7 \text{ nm}$  breit sein. Stärkere Fokussierung führt zu stärkeren elektrischen Feldern, womit auch Anzahl und mittlere Energie der abgegebenen Photonen ansteigen. Eine Abschätzung hierfür findet sich in [13]. Am ILC erwartet man einen durchschnittlichen Energieverlust durch Beamstrahlung von  $\delta_{\text{BS}} = 2.4\%$ .

Abb. 2.6 zeigt das Energiespektrum der BS, ebenfalls aus den generierten Daten für den später untersuchten Prozess (Abschnitt 3.1) erstellt. Der verwendete Generator ordnet einem Ereignis hierbei im Gegensatz zur ISR nicht eine bestimmte Zahl von Photonen mit auslesbaren Parametern zu; statt dessen macht sich die BS in Form von fehlender Energie und fehlendem Impuls bemerkbar. Die BS-Energie kann hier also nur bestimmt werden, indem man die Energien der Teilchen im Endzustand von der nominellen Kollisionsenergie abzieht. Somit enthält Abb. 2.6 also ebenfalls die Schwankungen der Strahlenergie um den Sollwert (Strahlenergieverteilung, engl.: beam energy

nigung hervorgerufen wird.

spread). Die negativen Werte reichen bis zu  $-2$  GeV. Da man erwartet, dass diese Verteilung symmetrisch um den Sollwert liegt, kann man diesen Effekt gegenüber der Beamstrahlung vernachlässigen.

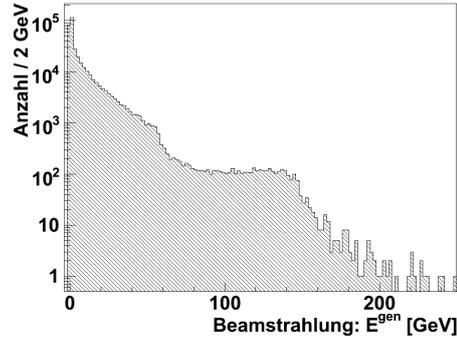


Abbildung 2.6: Energiespektrum der Beamstrahlung und der Strahlenergieverteilung: Dargestellt ist die nominelle Kollisionsenergie abzüglich der Energien der Teilchen im Endzustand.

Die abgegebene Beamstrahlung kann am ILC durchaus so energiereich sein, dass es zu Paarerzeugung kommt, wie in Abb. 2.5 gezeigt. Der daraus resultierende Untergrund im Detektor wird hier nicht behandelt. Eine Darstellung des Winkelspektrums ist hier aufgrund des verwendeten Generators nicht möglich.

### 2.3.3 Konsequenzen für den Fit

Photonen, die als ISR oder Beamstrahlung fast parallel zum Strahl abgegeben werden und den Detektor durch das Strahlrohr verlassen, werden nicht detektiert. Die Energien und Impulse dieser Photonen fehlen in den Nebenbedingungen des Fits. Um die Nebenbedingungen dennoch zu erfüllen, müssen die fehlenden Energien und Impulse auf die anderen Fitobjekte verteilt werden. Dann sind die gefitteten Energien und Impulse allerdings weit von den wahren Werten entfernt (die gefitteten Energien sind z. B. zu groß). In diesen Fällen wird der Fit häufig besonders rechenaufwendig. Um die Rechenzeit zu begrenzen, enthalten die Fitter Abbruchkriterien (z. B. eine maximale Anzahl von Iterationsschritten) und das Ereignis wird verworfen. Wird ein solches Abbruchkriterium erfüllt, sagt man, der Fit konvergiere nicht.

Um bessere Ergebnisse zu erzielen, kann man nun entweder die problematischen Nebenbedingungen weglassen oder man muss die Photonen auf andere Weise im Fit berücksichtigen. Im ersten Fall hieße das, Energie- und

$z$ -Impulserhaltung wegzulassen. Dadurch verliert man jedoch Redundanz und so Auflösungsvermögen, wie sich im Folgenden zeigt.

# Kapitel 3

## Ausgangssituation und Zielsetzung

### 3.1 Vergleichsdatensatz

Das Problem und die verschiedenen Lösungswege werden anhand eines Datensatzes simulierter Ereignisse untersucht [14]. Um unter einfachen Bedingungen zu beginnen, sollten diese Ereignisse möglichst wenige andere undetektierbare Teilchen enthalten. Daher wurde hierzu der Prozess  $e^+e^- \rightarrow u\bar{d}\bar{d}u$  gewählt, da bei schwereren Quarks auch leptoniche Zerfälle (und damit Neutrinos) auftreten können. Die integrierte Luminosität des Datensatzes beträgt  $100 \text{ fb}^{-1}$ , was in etwa der Datenmenge nach einem Jahr Laufzeit oder ca. 350 000 Ereignissen mit dem gewählten Endzustand entspricht.

Die Quarks stammen überwiegend von  $W^+W^-$ -Paaren (ca. 90 %) und von  $ZZ/\gamma\gamma$ -Paaren (ca. 2 % bzw. 0 %,  $\gamma\gamma$ -Paare treten praktisch nicht auf). Hinzu kommen Ereignisse, in denen die Quarks nicht aus Bosonpaaren entstanden sind. Die entsprechenden Feynman-Diagramme niedrigster Ordnung sind in Abb. 3.1 dargestellt. Zur Generation der Ereignisse inkl. ISR und Beamstrahlung bei einer Sollenergie im Schwerpunktsystem von  $\sqrt{s_{\text{soll}}} = 500 \text{ GeV}$  wird der Matrixelement-Generator WHIZARD [15] benutzt, der auch Interferenzen der verschiedenen Feynman-Diagramme berücksichtigt. Daher kann hier für ein einzelnes Ereignis nicht bestimmt werden, durch welchen Prozess die Quarks im Endzustand entstanden sind<sup>1</sup> Für ISR wird ein Photon

---

<sup>1</sup>Die Zahl der Quarks aus  $W^+W^-$ -Paaren wurden folgendermaßen grob ermittelt: Gezählt wurden Ereignisse, für die die Energien der Quarks die Bedingung  $|E_u + E_{\bar{d}} - E_d - E_{\bar{u}}| < 10 \text{ GeV}$  erfüllen und die entsprechenden invarianten 2-Quark-Massen zwischen 50 und 110 GeV liegen. Analog wurde für  $ZZ/\gamma\gamma$ -Paare verlangt, dass  $|E_u + E_{\bar{u}} - E_d - E_{\bar{d}}| < 10 \text{ GeV}$  ist und dass die entsprechenden invarianten 2-Quark-Massen zwischen 60 und 120 GeV liegen bzw.  $< 20 \text{ GeV}$  sind.

pro Strahl generiert; Beamstrahlung macht sich nur in Form von fehlender Energie und fehlendem Impuls bemerkbar.

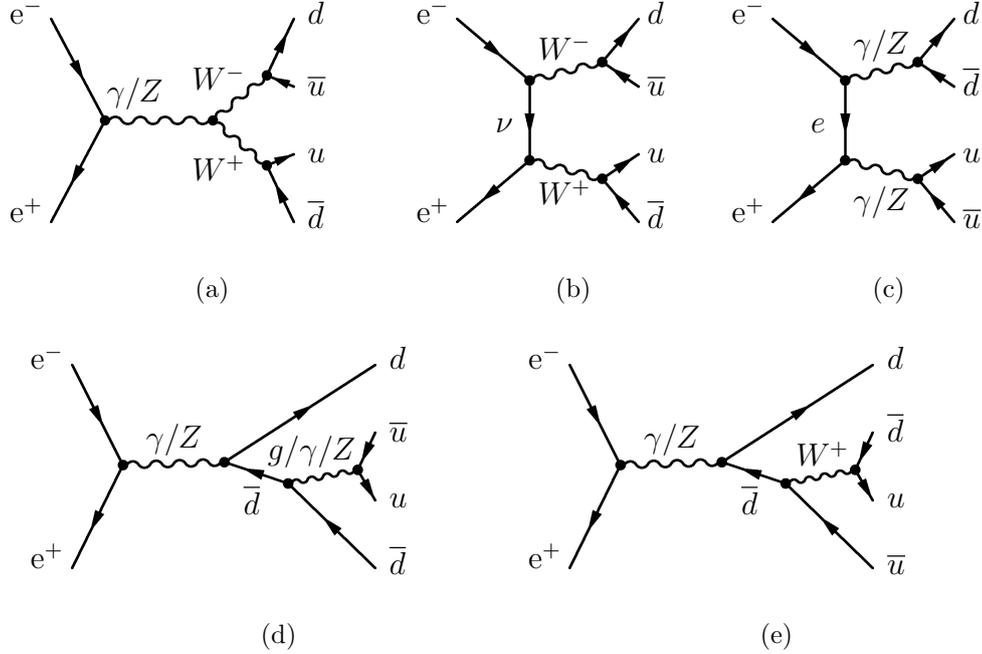


Abbildung 3.1: Feynman-Diagramme des betrachteten Prozesses  $e^+e^- \rightarrow u\bar{d}d\bar{u}$ : Dargestellt sind nur die Diagramme niedrigster Ordnung. Die Quarks entstehen teils aus Zerfällen eines  $W^+W^-$ -Paares (a,b), teils aus Zerfällen eines  $ZZ/\gamma\gamma$ -Paares (c), teils ohne  $WW/ZZ$ -Paarproduktion (d,e).

Aus den generierten Ereignissen wird eine vollständige Simulation des ILD00-Detektormodells mit Mokka 06-07-p01 [16] erstellt. Anschließend findet eine Rekonstruktion der einzelnen Teilchen statt. Zur Kombination der Daten aus verschiedenen Detektorkomponenten wird hier der „Pandora particle flow“-Algorithmus [8] verwendet. Diese rekonstruierten Teilchen werden durch den Durham-Algorithmus [17] in vier Jets aufgeteilt. Die komplette Rekonstruktionssoftware ist in MarlinReco [11] enthalten.

Diese vier Jets werden nun unter den Nebenbedingungen aus Tab. 3.1 gefittet. Die ersten vier Nebenbedingungen stellen Energie- und Impulserhaltung sicher. Aus der Annahme, dass die vier Jets entweder zwei  $W$ -Bosonen oder zwei  $Z$ -Bosonen entstammen, ergibt sich als fünfte Bedingung, dass die beiden invarianten 2-Jet-Massen gleich sein müssen. Allerdings wird hierbei die Zerfallsbreite der Bosonen nicht berücksichtigt.

Für den Fit wird hier ein Algorithmus nach der Newton-Raphson-Methode mit Schrittweisenanpassung verwendet, der unter dem Namen „NewtonFit-

Nr.	Bedingung	Erläuterung
#1	$\sum E = \sqrt{s_{\text{soll}}} = 500 \text{ GeV}$	Energieerhaltung
#2-4	$\sum \vec{p} = \vec{p}_{\text{soll}} = \vec{0}$	Impulserhaltung
#5	$m_1^{jj} = m_2^{jj}$	gleiche invariante 2-Jet-Massen

Tabelle 3.1: Nebenbedingungen in den kinematischen Fits.

ter“ in MarlinKinfit (Abschnitt 2.2.3) integriert ist. Der NewtonFitter ist in [9] nicht beschrieben, eine entsprechende Veröffentlichung befindet sich in Vorbereitung.

Die Jets werden durch ihre Energie  $E$ , die Winkel  $\theta$  und  $\phi$  sowie ihre invariante Masse  $m$  parametrisiert, wobei  $m$  fest ist. Die in Tab. 3.2 angegebene Fehlerparametrisierung für die Jets ist aus [18] für  $u$  und  $d$ -Quarks und  $|\cos \theta_{\text{jet}}| < 0.9$  übernommen, wobei die angegebenen Fehler hier aus einem Vergleich der Hadronen-Jets auf Generator-Ebene mit den rekonstruierten Jets stammen.

Parameter	Fehler
$E$	$0.32 \cdot \sqrt{E} - 0.015 \cdot E + 0.00012 \cdot E^2$
$\theta$	$0.04/\sqrt{E} + 0.34/E$
$\phi$	$0.059/\sqrt{E} + 0.32/E$

Tabelle 3.2: Fehlerparametrisierung der Hadronen-Jets für  $|\cos \theta| < 0.9$ .

Aus der Winkeleinschränkung ergibt sich auch der erste in Tab. 3.3 bzw. Abb. 3.2 aufgeführte Schnitt. Eine entsprechende Parametrisierung existiert auch für  $|\cos \theta_{\text{jet}}| \geq 0.9$ ; diese Ereignisse wurden der Einfachheit halber allerdings nicht miteinbezogen, da Teile der Jets den Detektor ungemessen durch das Strahlrohr verlassen könnten. Dies äußert sich in einer zusätzlichen Abhängigkeit der Fehler vom Polarwinkel  $\theta$ , wie in [2] dargestellt. Eine Mindestenergie der Jets soll Ereignisse ausschließen, die mit hoher Wahrscheinlichkeit schlecht rekonstruiert wurden (z. B. durch fehlerhafte Zuordnung der einzelnen Detektorsignale). Ereignisse, bei denen hochenergetische ISR-Photonen ( $E_{\gamma}^{\text{gen}} > 5 \text{ GeV}$ ) in den sensitiven Bereich des Detektors ( $|\cos \theta_{\gamma}^{\text{gen}}| \leq 0.99999$ ) abgestrahlt werden, werden hier ebenfalls aussortiert. Diese Ereignisse zeichnen sich vor allem durch zusätzliche Photonen im Detektor aus und müssen daher anders behandelt werden (Kapitel 6).

Um speziell die Auswirkungen auf Ereignisse mit viel und wenig fehlender Energie zu untersuchen, werden noch zwei Teildatensätze (Tab. 3.4) definiert. Die fehlende Energie wird folgendermassen aus den Energien der Quarks auf

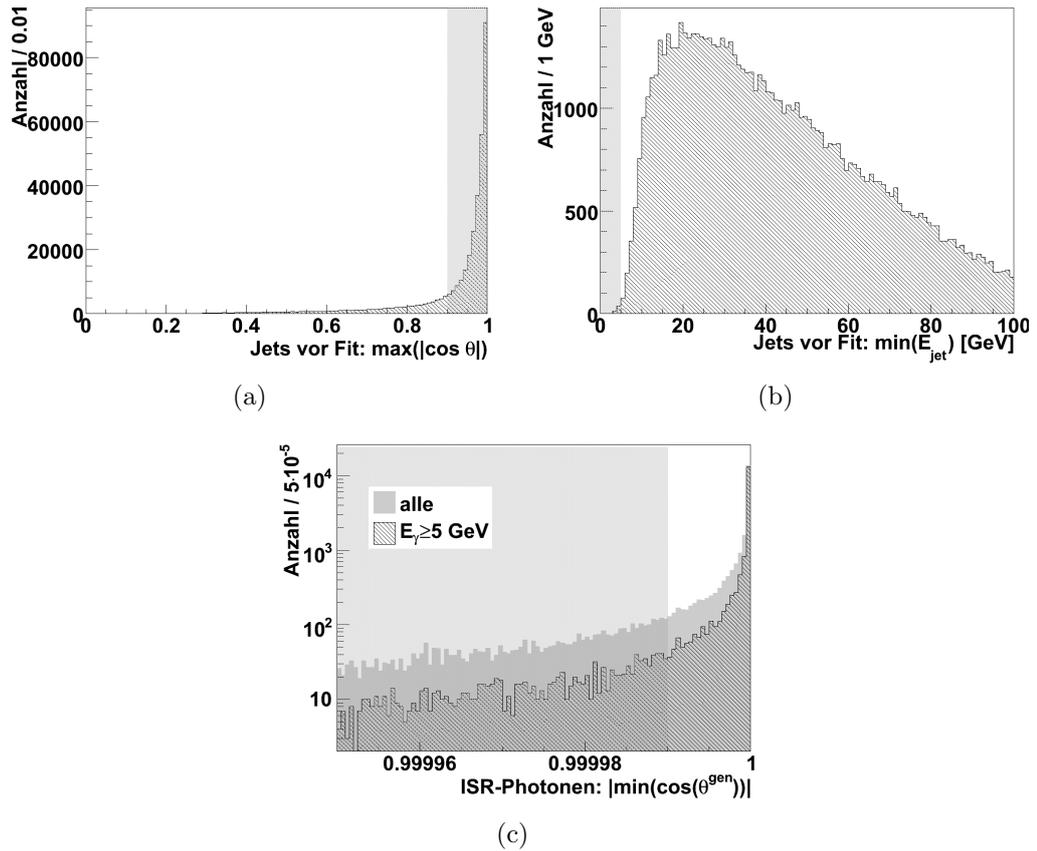


Abbildung 3.2: Schnittgrößen: Hier werden die Schnitte gemäß Tab. 3.3 vollzogen, der entfernte Teil ist grau unterlegt. (a) zeigt für jedes Ereignis den größten Polarwinkel der Jets. (b) zeigt für jedes Ereignis die kleinste Jet-energie, hier ist der Schnitt aus (a) bereits vollzogen. (c) zeigt die für jedes Ereignis den größeren Polarwinkel der beiden ISR-Photonen (grau) bzw. ebendiese für Photonenergien  $> 5$  GeV (schraffiert), hier sind die Schnitte aus (a,b) bereits vollzogen.

Schnitt	Ereignisse	Erläuterung
	352 164	kompletter Datensatz
$ \cos \theta_{\text{jet}}  < 0.9$	77 828	Gültigkeitsbereich der Fehlerparametrisierung ( $\theta_{\text{jet}} > 26^\circ$ )
$E_{\text{jet}} > 5 \text{ GeV}$	77 773	„gute“ Jetidentifikation
$E_\gamma^{\text{gen}} \leq 5 \text{ GeV}$ oder $ \cos \theta_\gamma^{\text{gen}}  > 0.99999$	68 084	keine $\gamma$ im Detektor ( $\theta_\gamma^{\text{gen}} < 0.29^\circ$ )

Tabelle 3.3: Schnitte auf den Datensatz.

Generator-Ebene  $E_q^{\text{gen}}$  gebildet:

$$E_{\text{fehl}}^{\text{gen}} = \sqrt{s_{\text{soll}}} - \sum_q E_q^{\text{gen}} = 500 \text{ GeV} - \sum_q E_q^{\text{gen}} \quad (3.1)$$

Da 52 % der Ereignisse eine fehlende Energie  $\geq 5 \text{ GeV}$  und 22 % sogar eine fehlende Energie  $> 30 \text{ GeV}$  aufweisen (Tab. 3.4), wäre es unwirtschaftlich, solche Ereignisse einfach auszusortieren, um Probleme durch die Effekte der Photonabstrahlung zu vermeiden.

Name	Auswahlbedingung	Ereignisse	%
„no $\cancel{E}$ “	$E_{\text{fehl}}^{\text{gen}} < 5 \text{ GeV}$	32 910	48
„ $\cancel{E}$ “	$E_{\text{fehl}}^{\text{gen}} > 30 \text{ GeV}$	14 699	22

Tabelle 3.4: Definition der beiden Teildatensätze.

Abb. 3.3 zeigt die Summe der Energien der rekonstruierten Jets vor dem Fit. Im Idealfall sollte sich hier gerade die Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s_{\text{soll}}} = 500 \text{ GeV}$  ergeben. In Abb. 3.3(a) sieht man ein deutliches Maximum bei der erwarteten Energie. Auf der Teilmenge „no  $\cancel{E}$ “ (Abb. 3.3(c)) fällt vor allem eine im Wesentlichen gaußförmig verteilte Abweichung auf, die vor allem auf die Ungenauigkeit der Rekonstruktion zurückzuführen ist. ISR und BS mit Energien bis zu 5 GeV sind auf dieser Teilmenge auch vorhanden und tragen zu der Abweichung bei, aber eben nur bis zu 5 GeV. In Abb. 3.3(b) ist eine deutliche Tendenz zu niedrigeren Energien zu sehen, die sich auch in Abb. 3.3(a) als Ausläufer bemerkbar macht. Hier zeigen sich die Verluste durch ISR und BS deutlich.

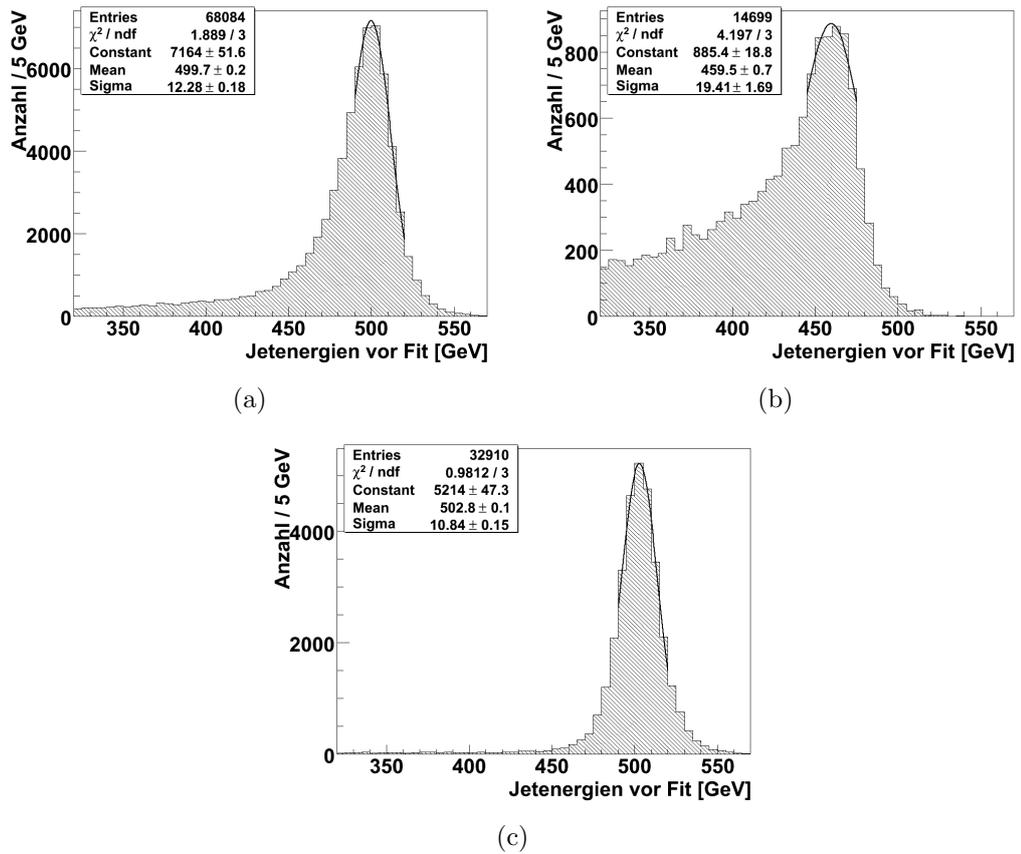


Abbildung 3.3: Summe der rekonstruierten Jetenergien vor dem Fit: (a) für den gesamten Datensatz, (b) auf der Teilmenge „E“, (c) auf der Teilmenge „no E“. An die Spitzen der Verteilungen ist eine Gauß-Funktion gelegt.

## 3.2 Kriterien für den Vergleich der Fits

Die Berechnung der invarianten 2-Jet-Massen setzt das Wissen voraus, welche beiden Jets jeweils aus einem Boson entstanden sind. Da dies jedoch nicht von vornherein bekannt ist, wird jedes Ereignis für jede der drei möglichen Paarungen je einmal gefittet. Daraus wird der Fit mit der größten *Fitwahrscheinlichkeit*, d. h. dem kleinsten  $\chi^2$ , ausgewählt<sup>2</sup>.

Die Fitwahrscheinlichkeit ist ein Mittel zur einfachen Beurteilung, ob die Fehler richtig abgeschätzt wurden. Wenn die Fehler der gemessenen Parameter gaußförmig verteilt sind, erwartet man für viele Ereignisse eine bestimmte Verteilung der  $\chi^2$  – in der Literatur als „ $\chi^2$ -Verteilung“ bezeichnet – abhängig von der Anzahl der Freiheitsgrade. Um die gefittete  $\chi^2$ -Verteilung leichter mit der erwarteten vergleichen zu können, berechnet man die Fitwahrscheinlichkeitsverteilung, die für die erwartete  $\chi^2$ -Verteilung gerade einer Gleichverteilung zwischen 0 und 1 entspricht. Je flacher die Fitwahrscheinlichkeiten verteilt sind, desto besser stimmt die gefittete Verteilung mit der erwarteten überein. Die Berechnung der Fitwahrscheinlichkeiten ist in MarlinKinfitt bereits integriert.

Ein Fit heißt hier *erfolgreich*, wenn er folgende Bedingungen erfüllt:

- Er entspricht der Jetpaarung mit der größten Fitwahrscheinlichkeit, die ungleich Null ist (entspricht bei der verwendeten Rechengenauigkeit einem  $\chi^2 < 150.6$  bei 5 Freiheitsgraden).
- Die gefittete Boson-Masse liegt zwischen 50 und 110 GeV.

Die Erfolgsquote ist der Anteil der *erfolgreichen* Fits am jeweiligen (Teil-)datensatz.

Im Folgenden werden Leistung und Aussagekraft der Fits anhand (der Verteilungen) der Fitwahrscheinlichkeit und der invarianten 2-Jet-Massen vor und nach dem Fit beurteilt.

### Die Fitwahrscheinlichkeit

Ein Beispiel für die Verteilung der Fitwahrscheinlichkeit ist in Abb. 3.4 gezeigt. Häufungen nahe Null deuten typischerweise auf eine falsche Fithypothese oder unterschätzte Fehler auf die Parameter hin, Häufungen nahe Eins auf überschätzte Fehler. Da die Fitwahrscheinlichkeit hier bereits zur Auswahl der Jetpaare benutzt wurde, besteht allerdings bereits eine Tendenz zu größeren Wahrscheinlichkeiten. Bei der Betrachtung von Teildatensätzen kann das Auswahlkriterium für deren Bildung die Verteilung verzerren.

---

<sup>2</sup>Hier ist  $\chi^2 = \chi_T^2$ , da keine weichen Nebenbedingungen verwendet werden und die harten Nebenbedingungen für die Lösung den Wert Null annehmen.

Um die Verteilungen auch für unterschiedlich viele Einträge miteinander vergleichen zu können, ist auf der  $y$ -Achse jeweils der Prozentsatz an der Gesamtzahl der Einträge aufgetragen. Aufgrund der Intervallbreite von 0.02 hat eine Gleichverteilung also die Höhe 2 %.

Eine konstante Funktion (const), die durch die Verteilung gelegt ist, liefert ein Maß für die Gleichverteilung der Fitwahrscheinlichkeiten. Dabei wird aber nur das Intervall  $[0.1, 0.95]$  berücksichtigt, um den Einfluss von Häufungen nahe Null bzw. Eins zu minimieren. Das Verhältnis von  $\chi^2$  zur Anzahl der Freiheitsgrade ( $\chi^2/\text{ndf}$ ) in der Abbildung gibt an, wie gut die Funktion die Verteilung der Werte im Histogramm beschreibt.

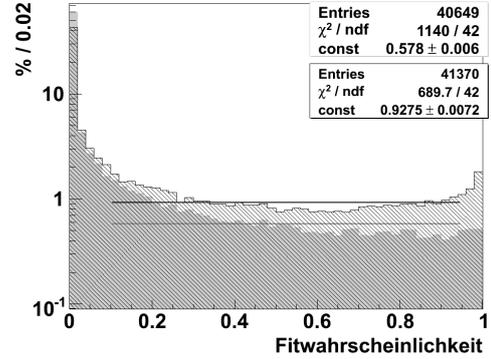


Abbildung 3.4: Beispiel für Darstellung der Fitwahrscheinlichkeiten: Gezeigt werden die Fitwahrscheinlichkeiten für zwei verschiedene Fits (grau bzw. schraffiert).

### Die invarianten 2-Jet-Massen vor und nach dem Fit

Ein Beispiel für die Verteilung der invarianten 2-Jet-Massen ist in Abb. 3.5 gezeigt. Die invarianten Massen vor dem Fit sind für verschiedene Fits nicht von vornherein identisch, da hier nur die *erfolgreichen* Fits gezeigt werden. Für ein einzelnes Ereignis kann es passieren, dass nur ein Fit erfolgreich ist oder dass für verschiedene Fits verschiedene Jetpaarungen erfolgreich sind.

Man erwartet sowohl für die  $W$ - als auch für die  $Z$ -Bosonen eine relativistische Breit-Wigner-Verteilung (bedingt durch die Zerfallsbreiten der Bosonen), die von der begrenzten Detektorauflösung ausgeschmiert wird. Wir nehmen an, dass letztere einer Gauß-Verteilung folgt. Das Analysepaket ROOT [19] enthält bereits die Faltung einer nicht-relativistischen Breit-Wigner-Funktion<sup>3</sup> mit einer Gauß-Funktion. Diese Faltung heißt Voigt-Funktion<sup>4</sup>  $V_{\sigma,\Gamma}(x)$  mit Gauß-Breite  $\sigma$  und Lorentz-Breite  $\Gamma$ . Der einfachen Umsetzung halber werden zwei Voigt-Funktionen (anstelle der Faltung der Summe zweier relativistischer Breit-Wigner-Funktionen mit einer Gauß-Funktion) an die Verteilung gefittet:

$$f(x) = N \cdot ((1 - f_Z) \cdot V_{\sigma,\Gamma_W}(x - m_W) + f_Z \cdot V_{\sigma,\Gamma_Z}(x - m_Z)) \quad (3.2)$$

<sup>3</sup>auch Lorentz-Funktion oder Cauchy-Funktion genannt

<sup>4</sup>in ROOT: TMath::Voigt

Die variablen Parameter sind die Zahl  $N$  der Ereignisse, der Anteil  $f_Z$  der  $Z$ -Bosonen an den Ereignissen, die Masse  $m_W$  der  $W$ -Bosonen und die Gauss-Breite  $\sigma$ . Um aussagekräftige Werte für die letzten beiden variablen Parameter zu erhalten, werden die Literaturwerte für die  $Z$ -Masse  $m_Z = 91.19$  GeV, und die Zerfallsbreiten  $\Gamma_W = 2.14$  GeV und  $\Gamma_Z = 2.50$  GeV eingesetzt [20].  $N$  sollte ungefähr der Anzahl der Histogrammeinträge entsprechen. Der Parameter  $f_Z$  ist hier aus zwei Gründen wenig aussagekräftig: Erstens ist der  $Z$ -Anteil relativ klein und sticht daher nicht als zweite Spitze aus der  $W$ -Massen-Verteilung hervor, sondern bestenfalls als Schulter. Dies macht es schwierig, einen genauen Wert zu bestimmen. Zweitens ist eine relativistische Breit-Wigner-Funktion im Gegensatz zur nicht-relativistischen nicht um das Maximum symmetrisch, sondern fällt für grössere Werte schneller ab. Dies kann der Fitter jedoch dadurch kompensieren, dass er den Parameter  $f_Z$  über den tatsächlichen  $Z$ -Anteil hinaus vergrössert. Die interessanten Parameter sind nun die  $W$ -Masse  $m_W$  und vor allem die Gauß-Breite  $\sigma$ .

Der genaue absolute Wert der  $W$ -Masse hängt u. a. von der Kalibration des Detektors ab und wird hier daher nicht betrachtet. Relevant ist hier die Veränderung des Wertes durch den Fit. Die invariante 2-Jet-Masse  $m_{jj}$  hängt folgendermaßen von den festen (Abschnitt 3.1) invarianten Jetmassen  $m_{1,2}$ , den Jetenergien  $E_{1,2}$  und dem von beiden Jets eingeschlossenen Winkel  $\alpha$  ab (Herleitung in in Anhang A.2):

$$m_{jj}^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2E_1 \cdot E_2 \cdot (1 - \cos \alpha) \quad (3.3)$$

Fehlende Energie durch Photonabstrahlung führt zu größeren  $E_{1,2}$  (Abschnitt 2.3.3); die Änderungen in  $\alpha$  sollten sich im Mittel zumindest teilweise ausgleichen. Die daraus folgende „Massenzunahme“ der Bosonen ist bei LEP bereits beobachtet worden [3]. Im Idealfall sollte  $m_W$  sich also allenfalls leicht ändern – auch abhängig von der Kalibration des Detektors. Größere Verschiebungen deuten demnach darauf hin, dass fehlende Energie nicht angemessen berücksichtigt wurde (graue Verteilung in Abb. 3.5). Die entsprechende Verschiebung der  $Z$ -Masse kann hier wegen des festen Wert nicht berücksichtigt werden.

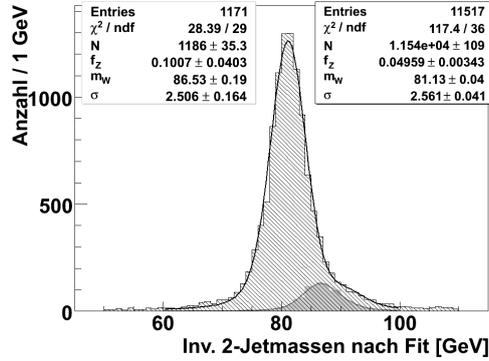


Abbildung 3.5: Beispiel für Darstellung der invarianten 2-Jet-Massen: Gezeigt werden die invarianten 2-Jet-Massen für zwei verschiedene Fits (grau bzw. schraffiert).

Die Gauß-Breite  $\sigma$  liefert ein Maß für die Güte des Detektors und ist idealerweise möglichst klein. Da für die Zerfallsbreiten die Literaturwerte eingesetzt wurden, gehen hier allerdings auch sämtliche anderen Fehler ein. Ein weiterer Effekt, der hier einfließt, ist die Hadronisierung: Wenn die Quarks vermöge der starken Wechselwirkung Hadronen bilden, können dabei Energien und Impulse ausgetauscht werden, so dass die Energien und Impulse der Jets nicht genau denen der Quarks entsprechen. Dadurch ändern sich auch die invarianten 2-Jet-Massen. Dieser Effekt wurde hier nicht weiter untersucht.

Eine Verbesserung der Auflösung würde zunächst allein dadurch erreicht, dass nach dem Fit zwei gleiche Massen (Bedingung) und vor dem Fit zwei i. d. R. verschiedene Massen in das Histogramm gefüllt würden. Daher wird stattdessen das arithmetische Mittel der beiden Boson-Massen verwendet.

Der Übersichtlichkeit halber werden für jeden Fit  $\Delta\sigma = \sigma_{\text{nach}} - \sigma_{\text{vor}}$ ,  $\Delta m_W$  und der Anteil der erfolgreichen Fits am (Teil)datensatz angegeben.

### 3.3 Fits ohne Photonberücksichtigung

Ausgangspunkt der Untersuchung ist ein Fit mit 4-Jets-Hypothese und den fünf Nebenbedingungen gemäß Tab. 3.1. Ein weiterer Fit, bei dem gegenüber ersterem die beiden problematischen Nebenbedingungen ( $E, p_z$ -Erhaltung, siehe Abschnitt 2.3.3) weggelassen sind, dient als Zielmarke für das Konvergenzverhalten.

Abb. 3.6 zeigt die invarianten 2-Jet-Massen vor und nach dem Fit und die Fitwahrscheinlichkeiten auf der Teilmenge „no  $\cancel{E}$ “. Ohne fehlende Energien aus Photonabstrahlung zeigt sich die Situation, wie sie sein soll: Beide Fits sind ähnlich *erfolgreich* und unterscheiden sich lediglich in der Auflösungsänderung  $\Delta\sigma$  signifikant. Der Fit mit  $E, p_z$ -Erhaltung (5C,4j)<sup>5</sup> verbessert hier die Auflösung von 2.5 GeV auf 1.7 GeV, ohne dass sich die  $W$ -Masse merklich ändert. Ein Fit ohne  $E, p_z$ -Erhaltung (3C,4j) führt hingegen zu keiner besseren Auflösung.

Abb. 3.7 zeigt die entsprechenden Verteilungen für die Teilmenge „ $\cancel{E}$ “ und die Probleme, die sich bei größeren Mengen fehlender Energie ergeben: Hier konvergieren nur 8% der 5C,4j-Fits. Die Verteilung der Fitwahrscheinlichkeiten legt nahe, dass hier eine falsche Fithypothese vorliegt. Für die 3C,4j-Fits hat sich die Verteilung hingegen kaum verändert. Daran sieht man, dass es hier offenbar in vielen Fällen nicht möglich ist, die  $E, p_z$ -Erhaltung zu erfüllen. Bei den 5C,4j-Fits macht die Verschiebung der  $W$ -Masse (Abb. 3.7(a,b)) um 5 GeV eine Unterscheidung zwischen  $W$ - und  $Z$ -Bosonen schwierig, zumal der Fit hier die Auflösung sogar verschlechtert.

<sup>5</sup>Das 'C' in der Kurzbezeichnung stammt vom englischen „constraint“.

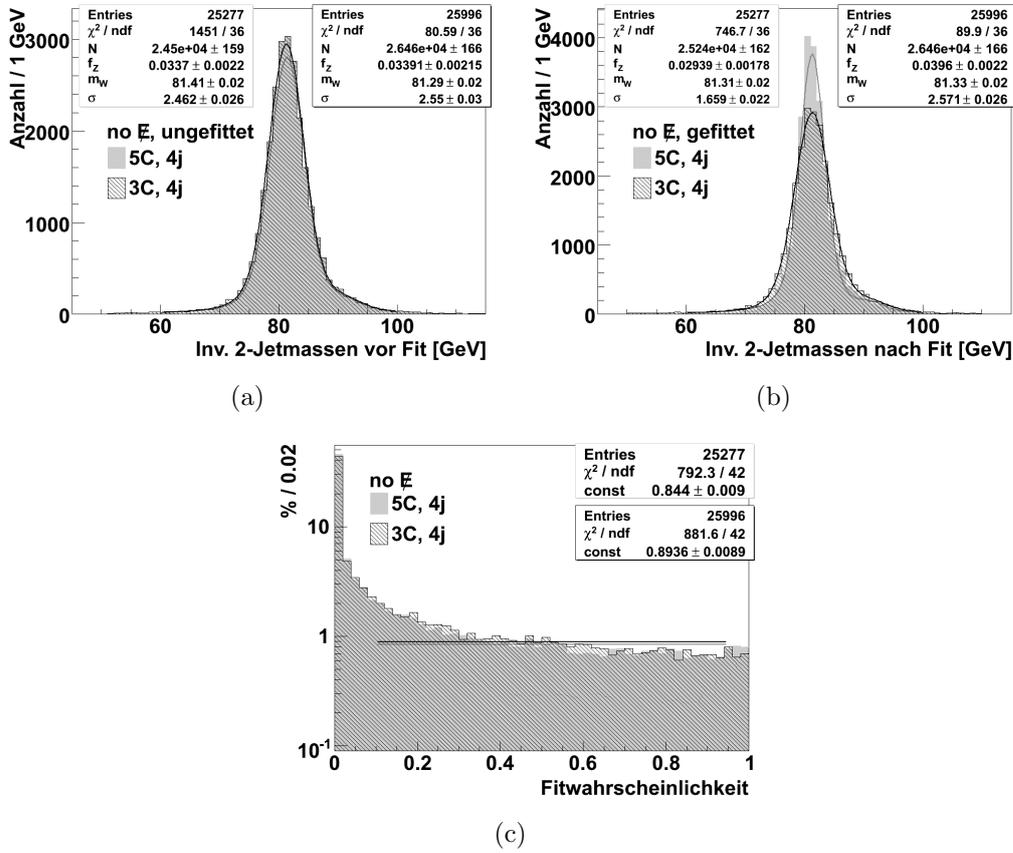


Abbildung 3.6: Fits mit unterschiedlichen Nebenbedingungen auf der Teilmenge „no E“: Hier wird ein 4-Jet-Fit mit den fünf Nebenbedingungen gemäß Tab. 3.1 (5C, 4j; grau) mit dem entsprechenden Fit ohne  $E, p_z$ -Erhaltung verglichen (3C, 4j; schraffiert). (a) zeigt den Mittelwert der invarianten 2-Jet-Massen vor dem Fit, (b) ebendieses nach dem Fit, (c) die Fitwahrscheinlichkeit. Erfolgsquote: 77%/79%;  $\Delta m_W$ :  $-0.1 \text{ GeV} / \pm 0.0 \text{ GeV}$ ;  $\Delta \sigma$ :  $-0.8 \text{ GeV} / \pm 0.0 \text{ GeV}$  für 5C,4j/3C,4j.

Die Ursache der Verschiebung ist der Fit mit geforderter Energieerhaltung trotz fehlender Energie, wie in Abschnitt 3.2 erläutert. In den Histogrammen des 3C,4j-Fits ist hingegen kein qualitativer Unterschied zwischen den Teilmengen „E“ und „no E“ erkennbar.

Die Auswirkungen auf den gesamten Datensatz sind in Abb. 3.8 dargestellt: Verglichen mit dem 3C,4j-Fit kann der Fit mit  $E, p_z$ -Erhaltung die Auflösung von 2.4 GeV auf 2.0 GeV verbessern, allerdings erhöht sich die  $W$ -Masse dabei um 0.5 GeV. Dass die Auswirkungen auf den gesamten Datensatz so gering ausfallen, liegt daran, dass die meisten Fits auf „E“ gar

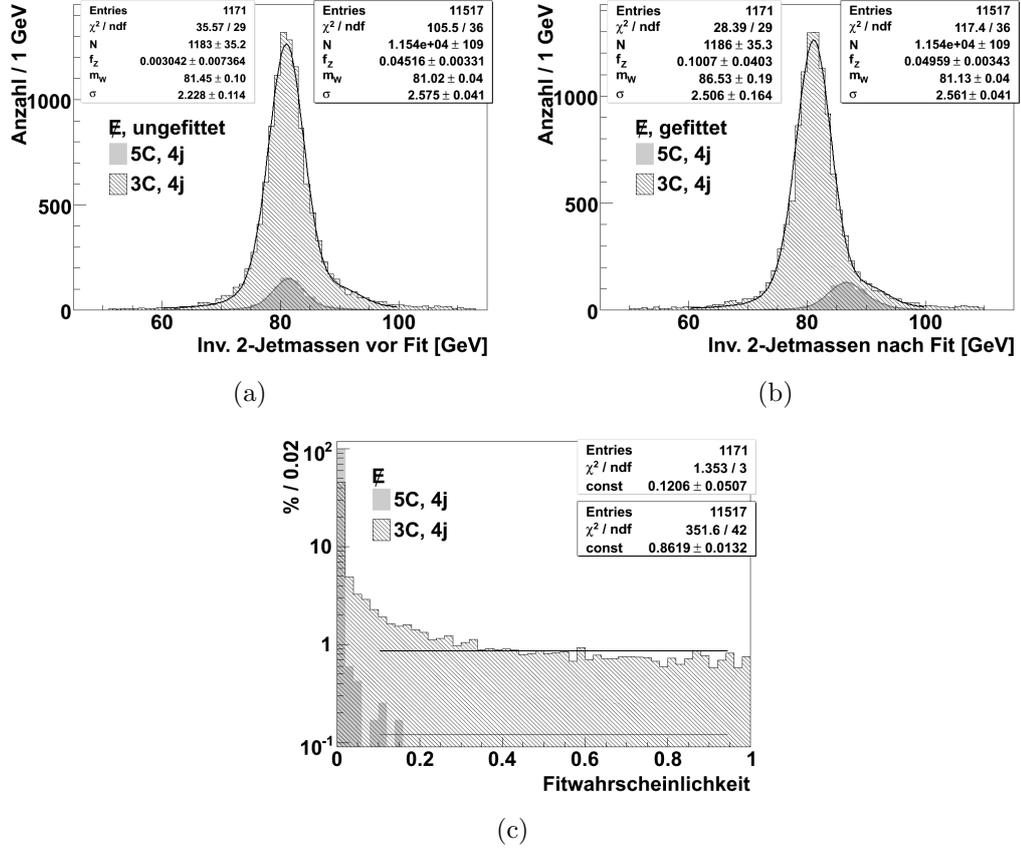


Abbildung 3.7: Fits mit unterschiedlichen Nebenbedingungen auf der Teilmenge „E“: Vergleich analog zu Abb. 3.6. Erfolgsquote: 8%/78%;  $\Delta m_W$ : +5 GeV/+0.1 GeV;  $\Delta\sigma$ : +0.3 GeV/ $\pm$ 0.0 GeV für 5C,4j/3C,4j.

nicht *erfolgreich* sind. Dadurch „verliert“ man ein Viertel der Ereignisse gegenüber dem 3C,4j-Fit, der allerdings zu keiner Verbesserung der Auflösung führt.

Abbildung 3.8(d) zeigt die invarianten 2-Jet-Massen vor dem 3C,4j-Fit ohne Bildung des Mittelwerts. Im Vergleich mit Abb. 3.8(a,b) sieht man, dass der 3C,4j-Fit eine deutliche Verbesserung der Auflösung bewirkt; allerdings ist mit der Mittelwertbildung der gleiche Effekt zu erzielen. Hieraus kann man schließen, dass die  $p_x, p_y$ -Erhaltung sehr wenig zur Auflösungsverbesserung beiträgt.

In sämtlichen Abbildungen fällt auf, dass sich die Fitwahrscheinlichkeiten nahe Null häufen, wenn auch nicht so sehr wie in Abb. 3.7(c). Hierfür gibt es zwei mögliche Ursachen: Für die Ereignisse ohne Boson-Paarproduktion (Abb. 3.1(d,e)) liegt hier offensichtlich eine falsche Fithypothese vor, ebenso

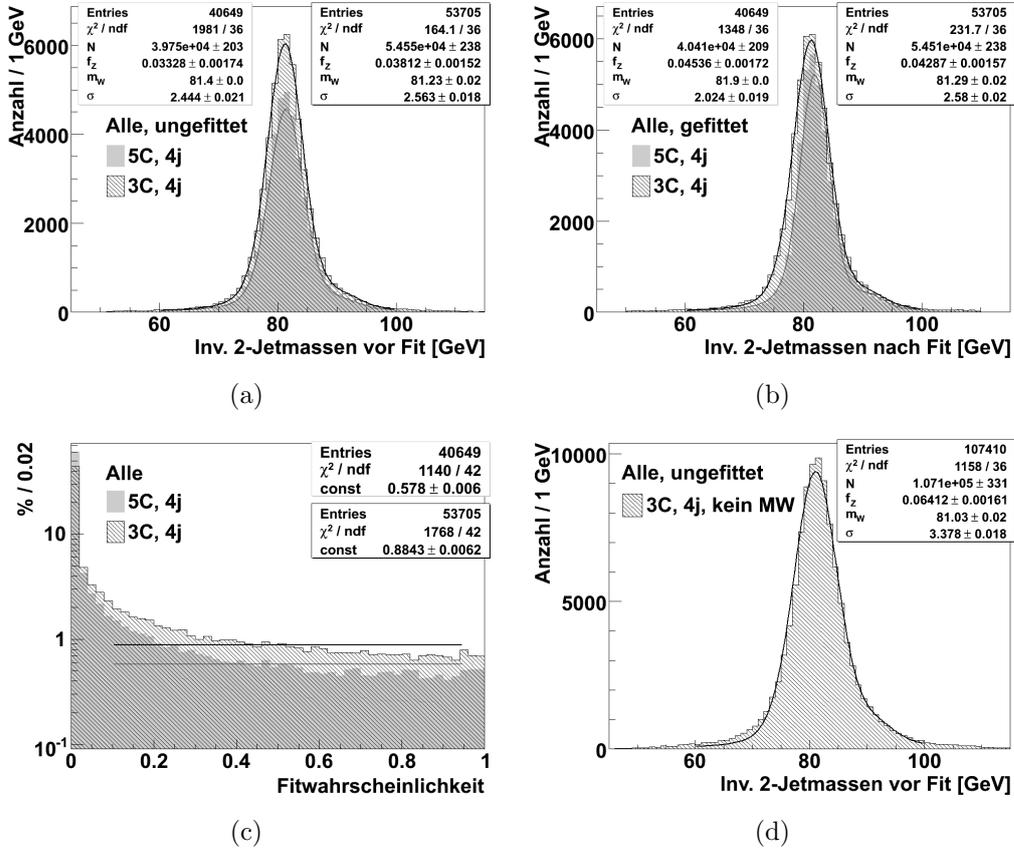


Abbildung 3.8: Fits mit unterschiedlichen Nebenbedingungen auf dem vollständigen Datensatz: Vergleich analog zu Abb. 3.6. Erfolgsquote: 60%/79%;  $\Delta m_W$ : +0.5 GeV/+0.1 GeV;  $\Delta\sigma$ :  $-0.4 \text{ GeV}/\pm 0.0 \text{ GeV}$  für 5C,4j/3C,4j. In (d) sind zum Vergleich die invarianten 2-Jet-Massen vor dem Fit ohne Bildung des Mittelwerts eingetragen (zwei Einträge pro Ereignis).

für Ereignisse, bei denen die Boson-Massen aufgrund der Zerfallsbreite weit auseinander liegen. Letzteres erklärt möglicherweise auch, weshalb in allen Fällen mindestens 20% der Ereignisse nicht erfolgreich sind. Eine zweite, zusätzliche Ursache für die Häufung der Fitwahrscheinlichkeiten nahe Null könnte in der verwendeten Jetparametrisierung liegen (Abschnitt 3.1), da die Fehler für einen anderen Endzustand ermittelt wurden und Effekte der Hadronisierung (Abschnitt 3.2) nicht berücksichtigt sind.

Weiterhin fällt in den meisten Histogrammen der invarianten 2-Jet-Massen auf, dass die an die Verteilung gefittete Funktion (Gl. 3.2) die Spitze der Verteilung schlecht beschreibt. Dies ist höchstwahrscheinlich darauf zurückzuführen, dass hier eine nicht-relativistische Breit-Wigner-Funktion ver-

wendet wird, die weniger spitz zuläuft als die relativistischen Breit-Wigner-Funktion. Dies liefert auch eine Erklärung für die z. T. sehr großen Werte für  $\chi^2/ndf$ .

Da beide Probleme bei allen Fithypothesen auftreten, ist davon auszugehen, dass sie beim Vergleich verschiedener Fithypothesen allenfalls minimalen Einfluss haben werden.

Tabelle 3.5 fasst die wesentlichen Kennzahlen zusammen für die Fits der Ausgangssituation zusammen. Als Zielvorgabe für die Berücksichtigung der Photonen ergibt sich hieraus:

- Ein Fit mit vier Jets plus Photon und allen fünf Nebenbedingungen soll die Auflösung  $\sigma$  auf dem gesamten Datensatz ähnlich stark verbessern wie der 5C,4j-Fit auf der Teilmenge „no  $\cancel{E}$ “, also um  $\Delta\sigma = -0.8$ ,
- ohne dabei die  $W$ -Masse  $m_W$  zu verändern,
- und dabei soll der Fit auf dem gesamten Datensatz ähnlich *erfolgreich* sein wie der 3C,4j-Fit (79%).

(Teil)datensatz	Fithypothese	Erfolgsquote [%]	$\Delta m_W$ [GeV]	$\Delta\sigma$ [GeV]	$\sigma_{\text{nach}}$ [GeV]
gesamt	5C,4j	60	+0.5	-0.4	2.0
	3C,4j	79	+0.1	$\pm 0.0$	2.6
„ $\cancel{E}$ “	5C,4j	8	+5	+0.3	2.5
	3C,4j	78	+0.1	$\pm 0.0$	2.6
„no $\cancel{E}$ “	5C,4j	77	-0.1	-0.8	1.7
	3C,4j	79	$\pm 0.0$	$\pm 0.0$	2.6

Tabelle 3.5: Ausgangssituation: Es werden die wesentlichen Kennzahlen (siehe Abschnitt 3.2) der beiden Fithypothesen der Ausgangssituation (5C,4j und 3C,4j; siehe Abschnitt 3.3) auf dem vollständigen Datensatz sowie den Teilmengen gemäß Tab. 3.4 miteinander verglichen: Der Anteil der *erfolgreichen* Fits, die Verschiebung der  $W$ -Masse  $\Delta m_W$ , die Verbesserung der Auflösung  $\Delta\sigma$  und die Auflösung nach dem Fit  $\sigma_{\text{nach}}$ .

# Kapitel 4

## Berücksichtigung der ISR/BS

### 4.1 Möglichkeiten

Zur Berücksichtigung der ISR/BS-Photonen gibt es drei Möglichkeiten:

1. Ungemessenes Fitobjekt: Man beschreibt die Photonen durch Fitobjekte mit ungemessenen Parametern. Jeder ungemessene Parameter senkt allerdings die Anzahl der Freiheitsgrade (siehe Abschnitt 2.2.2) und damit die erreichbare Auflösung. Sämtliches Vorwissen über die Photonen (Energiespektrum etc.) bleibt ungenutzt.
2. Weiche Nebenbedingungen: Da Energie- und Longitudinalimpuls-Erhaltung zwar noch im Wesentlichen, aber eben nicht exakt erfüllt sind, kann man die harten Nebenbedingungen durch weiche ersetzen. Dabei muss allerdings darauf geachtet werden, dass  $\sum E$  und  $\sum p_z$  konsistent bleiben; z. B. darf der Betrag des fehlenden Impuls nicht größer als die fehlende Energie sein. Vorwissen über das Impulsspektrum der Photonen kann in die genaue Formulierung der weichen Nebenbedingungen einfließen.
3. Pseudo-gemessenes Fitobjekt: Man beschreibt die Photonen durch Fitobjekte mit gemessenen Parametern. Als Messwert wird  $\vec{p} = \vec{0}$  angegeben, die Verteilung der Messungenauigkeit sollte in etwa der Impulsverteilung der Photonen entsprechen. Bei dieser Variante bleibt die Anzahl der Freiheitsgrade unverändert, und sie ist technisch leichter umsetzen als die zweite Variante. Daher kommt sie im Folgenden zum Einsatz.

## 4.2 Parametrisierung

Wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben, gilt es, eine Parametrisierung zu finden, die die speziellen Eigenschaften der ISR/BS-Photonen berücksichtigt. Es bietet sich offensichtlich an, die Masse  $m = 0$  als einen Parameter zu wählen. Da als Pseudo-Messwert  $\vec{p} = \vec{0}$  gewählt ist, kommen Parametrisierungen durch Winkel (wie  $E, \theta, \phi, m$  für die Jets) nicht in Frage: Da die Größe des Winkels an diesem Punkt belanglos ist, kann das vom Fitter zu lösende Gleichungssystem dadurch unlösbar werden, was nur unnötige Schwierigkeiten bereitet. Deswegen werden die Photonen hier (neben ihrer Masse) über die Komponenten ihres Impulses  $p_x, p_y, p_z$  beschrieben.

Im folgenden Kapitel werden drei verschiedene Varianten dieser Parametrisierung untersucht:

- $p_x, p_y$  fest,  $p_z$  frei und durch Gauß-Verteilung beschrieben (Abschnitt 5.2.1): Der Prototyp. Eine Gauß-Verteilung beschreibt das Photon-Spektrum nur schlecht und wurde ausschließlich deshalb gewählt, weil sie in der vorhandenen Software bereits implementiert war. Da ISR und BS überwiegend in Strahlrichtung abgegeben werden und Photonen, die im Detektor registriert werden, ohnehin anders behandelt werden müssen, treten hier nur Photonen mit kleinen Transversalimpulsen auf. Daher werden die Transversalkomponenten des Impulses  $p_x, p_y$  auf Null festgesetzt.
- $p_x, p_y, p_z$  frei und durch Gauß-Verteilung beschrieben (Abschnitt 5.2.2): Hier können die Transversalkomponenten des Impulses ebenfalls variiert werden. Die Ergebnisse werden mit der ersten Variante verglichen, um abzuschätzen, ob es sinnvoll ist, die Transversalkomponenten auf Null festzusetzen.
- $p_x, p_y$  fest,  $p_z$  frei und durch eine Näherung des Spektrums aus den generierten Daten beschrieben (Abschnitt 5.3): Hier wird gezeigt, wie man andere Näherungen für das  $p_z$ -Spektrum implementieren kann.

Pro Ereignis können durchaus mehrere Photonen abgestrahlt werden (Abschnitt 2.3.1). Aus Abb. 4.1 geht hervor, dass für 86 % der Ereignisse sich die fehlende Energie und der fehlende Impuls um weniger als 5 GeV unterscheiden. Da – wie oben erwähnt – nur kleine Transversalimpulse auftreten, kann man diese Fälle als Ereignisse mit einem einzigen abgestrahlten Photon auffassen. Daher wird hier nur ein Photon im Fit eingesetzt. Die naheliegende Idee, für zwei Photonen einfach zwei Photonfitobjekte zu verwenden, führt zu dem möglichen Problem, dass die beiden Photonen in genau die gleiche

Richtung fliegen könnten (insbesondere dann, wenn nur  $p_z$  frei ist). In diesem Fall wird das entsprechende Gleichungssystem für den Fitter unlösbar. Fits mit mehreren Photonen werden in Kapitel 6 behandelt.

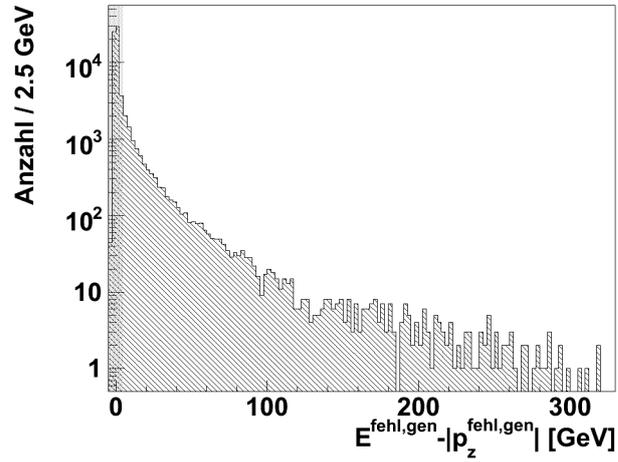


Abbildung 4.1: Fehlende Energie minus fehlender Impuls (auf Generator-Ebene). Für 86 % der Ereignisse ist die Differenz kleiner als 5 GeV (grau unterlegt).



# Kapitel 5

## Ergebnisse

### 5.1 Weitere Kriterien für den Vergleich der Fits

Zusätzlich zu den bekannten Histogrammen (Abschnitt 3.2) werden hier noch folgende Verteilungen dargestellt:

- Die Summe der Energien der ungefiteten Jets plus ggf. der gefitteten Energie des Photons: Zu der bekannten Energieverteilung (Abschnitt 3.1) wird die gefittete Energie des Photons addiert, um zu zeigen, wie gut die fehlende Energie durch Einführung eines zusätzlichen Fitobjektes für das Photon ausgeglichen werden kann.
- Die gefittete Photonenergie  $E_{\text{fit}}$  aufgetragen gegen die fehlende Energie auf Generator-Ebene  $E_{\text{fehl}}^{\text{gen}}$  gemäß Gl. 3.1: Im Idealfall sollte die gefittete Energie gerade der fehlenden entsprechen. Unterscheiden sich fehlende Energie und fehlender Impuls stark voneinander, erwartet man, dass die gefittete Energie zwischen fehlender Energie und fehlendem Impuls liegt, also im Histogramm unterhalb der fehlenden.

Um die Verteilungen besser darstellen zu können, ist der Maximalwert der Farbskala in allen Histogrammen nachträglich herabgesetzt worden. Dadurch können Bins mit der maximalen Zahl von Einträgen deutlich mehr Einträge als angegeben enthalten. Als Orientierungshilfe ist die Gerade  $E_{\text{fit}} = E_{\text{fehl}}^{\text{gen}}$  eingezeichnet.

## 5.2 Simples Photonfitobjekt

### 5.2.1 Transversalimpuls fest

Abbildung 5.1 zeigt das  $p_z$ -Spektrum auf Generator-Ebene (d. h. das fehlende  $p_z$  der Quarks im Ausgangszustand) für die beiden Teilmengen „ $\cancel{E}$ “ und „no  $\cancel{E}$ “ und den vollständigen Datensatz.

Es fällt auf, dass in der Teilmenge „ $\cancel{E}$ “ auch Impulse nahe Null auftreten. Dies entspricht Ereignissen mit zwei Photonen ungefähr gleicher Energie, die in entgegengesetzte Richtungen fliegen, so dass sich ihre Impulse in Summe ungefähr verschwinden, während sich die Energien addieren.

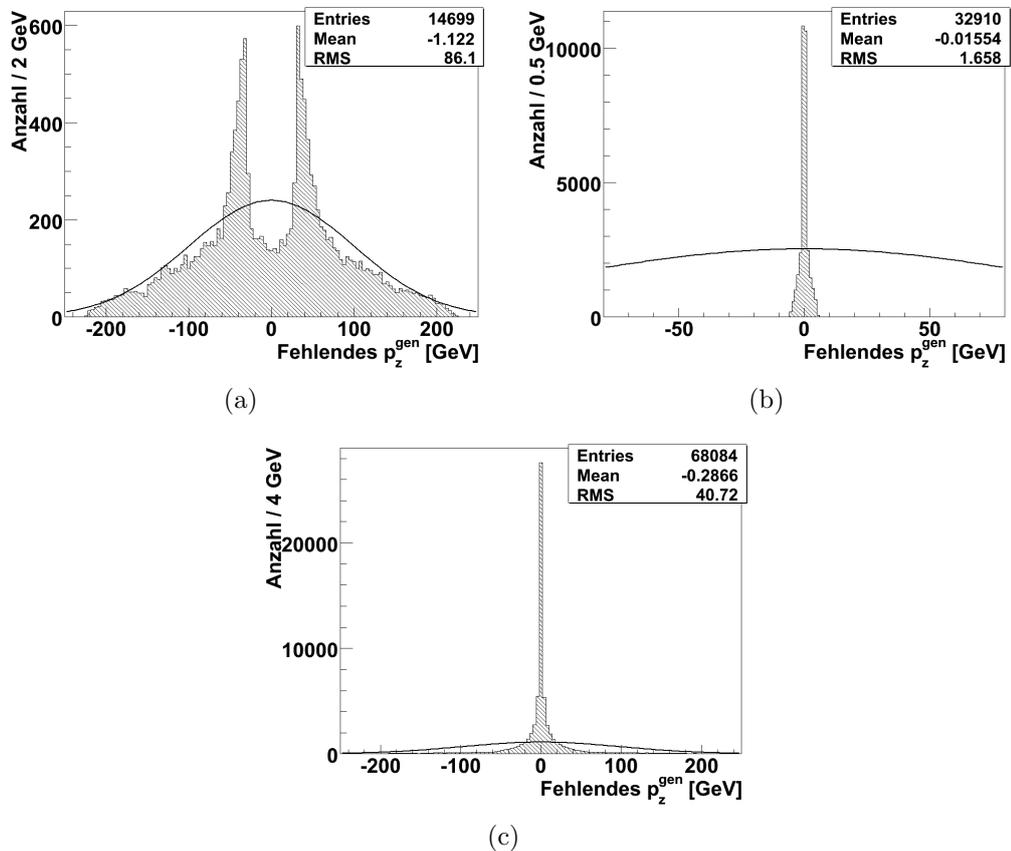


Abbildung 5.1: Fehlendes  $p_z$  auf Generator-Ebene für die Teilmengen „ $\cancel{E}$ “ (a), „no  $\cancel{E}$ “ (b) und dem vollständigen Datensatz (c), jeweils durch eine Gauß-Funktion mit Mittelwert  $\mu = 0$  GeV und Breite  $\sigma = 100$  GeV approximiert.

Wie in Abschnitt 3.3 dargestellt, stellt die Teilmenge „ $\cancel{E}$ “ zunächst das Hauptproblem für die kinematischen Fits dar. Daher wurde die Photonparametrisierung hier so gewählt, dass sie das Spektrum auf dieser Teilmenge abdeckt, d.h. als Breite der Gauß-Verteilung wurde  $\sigma = 100$  GeV gewählt. Dabei wurde in Kauf genommen, dass das Spektrum auf „no  $\cancel{E}$ “ deutlich überschätzt wird. Als Startwert für den Fit wurde der Pseudo-Messwert  $\vec{p} = \vec{0}$  gewählt.

Im Folgenden werden auf den gleichen Datensätzen wie vorher die Ergebnisse eines Fits mit der Fithypothese „4 Jets + Photon“ und den fünf Nebenbedingungen gemäß Tab. 3.1 betrachtet.

In Abb. 5.2(a) ist die gefittete Photonenergie gegen die fehlende Energie auf Generator-Ebene aufgetragen. Hier zeigt sich eine insgesamt gute Übereinstimmung – die mittlere gefittete Energie (Mean y) beträgt  $\overline{E_{\text{fit}}}/\overline{E_{\text{fehl}}^{\text{gen}}} = 92\%$  der mittleren fehlenden Energie (Mean x). Entfernt man durch den Schnitt „ $\sum E_{\text{fehl}}^{\text{gen}} - |\sum p_z^{\text{fehl,gen}}| < 5$  GeV“ Ereignisse mit mehreren Photonen (Abb. 5.2(b)), wird die mittlere gefittete Energie etwas größer ( $\overline{E_{\text{fit}}}/\overline{E_{\text{fehl}}^{\text{gen}}} = 107\%$ ). Auf der Teilmenge „no  $\cancel{E}$ “ (Abb. 5.2(c)) wird die Übereinstimmung deutlich schlechter ( $\overline{E_{\text{fit}}}/\overline{E_{\text{fehl}}^{\text{gen}}} = 253\%$ ).

Dies lässt sich sowohl auf das bei diesen Energien vollkommen überschätzte Spektrum (Abb. 5.1(b)) zurückführen, als auch darauf, dass bei der Rekonstruktion aufgrund der begrenzten Auflösung des Detektors kleinere Beträge fehlender Energie auftreten, die sich nicht von der Energie eines abgestrahlten Photons unterscheiden lassen. Bei der Betrachtung von Abb. 5.2 darf man außerdem nicht vergessen, dass es tendenziell mehr Ereignisse mit niedrigen fehlenden Energien als mit hohen fehlenden Energien gibt (Abb. 5.1(c)). Deshalb sind bei niedrigen fehlenden Energien auch von vornherein mehr „Ausreißer“ zu erwarten.

Nun werden die Ergebnisse dieses Fits (4j+ $\gamma$ 1) denen des Fits mit den gleichen Nebenbedingungen für vier Jets ohne Photon (4j) aus Abschnitt 3.3 verglichen.<sup>1</sup> Abbildung 5.3 zeigt den Vergleich auf der Teilmenge „ $\cancel{E}$ “. Hier sieht man deutliche Verbesserungen gegenüber der Ausgangssituation: Es sind mehr als 4-mal so viele Fits *erfolgreich*<sup>2</sup>. Abbildungen 5.3(a,b) zeigen die invarianten 2-Jet-Massen vor bzw. nach dem Fit. Hier hat sich die Verschiebung der  $W$ -Masse durch Hinzunahme des Photon deutlich verringert. Die Auflösung wird durch den Fit ohne Photon schlechter, durch den Fit mit Photon jedoch um 0.2 GeV besser. Die Verteilung der Fitwahrscheinlichkeiten in Abb. 5.3(c) zeigt, dass das Photon hier unverzichtbar für den Fit ist, um

<sup>1</sup>Da in diesem Kapitel sämtliche Fits mit diesen fünf Nebenbedingungen erfolgen, ist das „5C,...“ in der Kurzbezeichnung weggelassen.

<sup>2</sup>Definition siehe Abschnitt 3.2

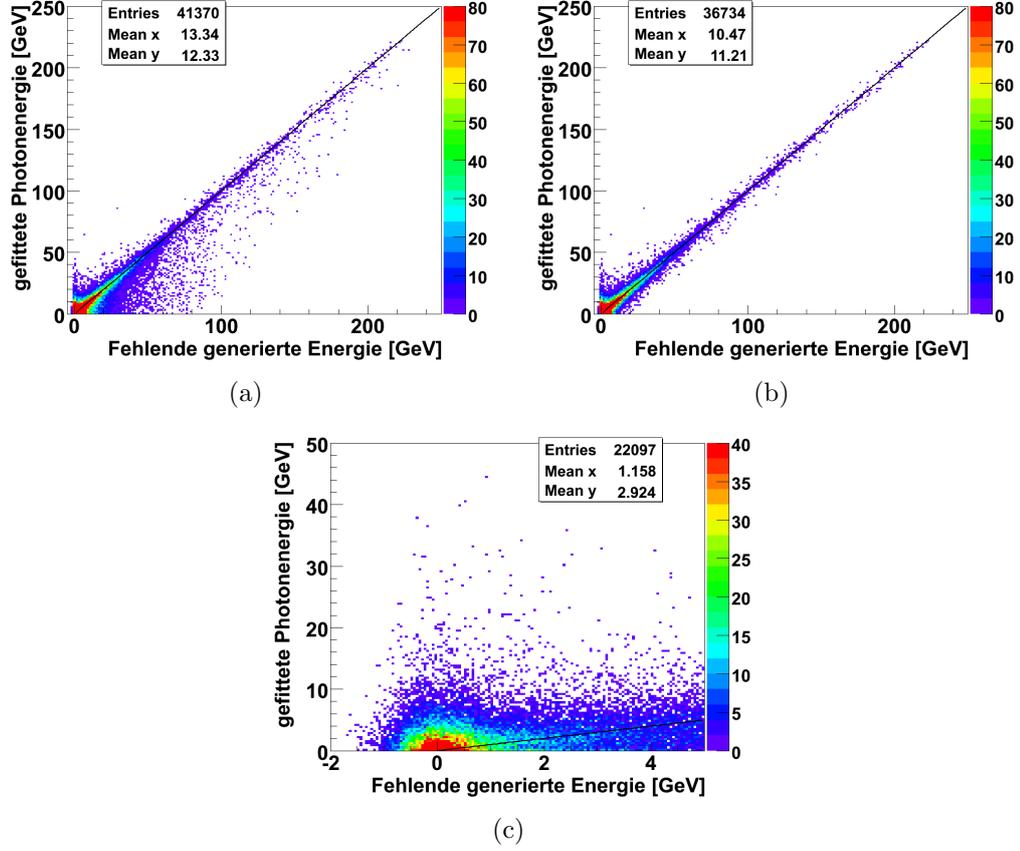


Abbildung 5.2: Vergleich der gefitteten Photonenergie mit der fehlenden Energie auf Generator-Ebene für ein Photon mit freiem  $p_z$ . (a) zeigt die vollständige Verteilung, (b) mit dem zusätzlichen Schnitt  $\sum E_{\text{fehl}}^{\text{gen}} - |\sum p_z^{\text{fehl,gen}}| < 5$  GeV. (c) zeigt den Ausschnitt aus (a) für  $E_{\text{fehl}}^{\text{gen}} < 5$  GeV.

$E, p_z$ -Erhaltung zu gewährleisten. Die beiden Histogramme in Abb. 5.3(d) zeigen die Summe der Energien der ungefitteten Jets, für den Fit mit Photon ist die Energie des gefitteten Photons hinzugefügt. Die Spitze der Verteilung liegt für  $4j+\gamma 1$  nahe bei dem Sollwert von 500 GeV und der Ausläufer hin zu niedrigen Energien ist deutlich kleiner.

Abb. 5.4 zeigt die entsprechenden Verteilungen auf der Teilmenge „no  $\cancel{E}$ “. Hier verschlechtert sich die Lage durch das Photonfitobjekt leicht: Der Anteil der erfolgreichen Fits geht von 77 % auf 67 % zurück, die Verbesserung der Auflösung wird ebenfalls geringer. Spätere Beobachtungen (Abschnitt 5.3) liefern eine mögliche Erklärung.

Abb. 5.5 zeigt die entsprechenden Verteilungen auf dem gesamten Datensatz. Hier überwiegen die Verbesserungen: Die Anzahl erfolgreicher Fits

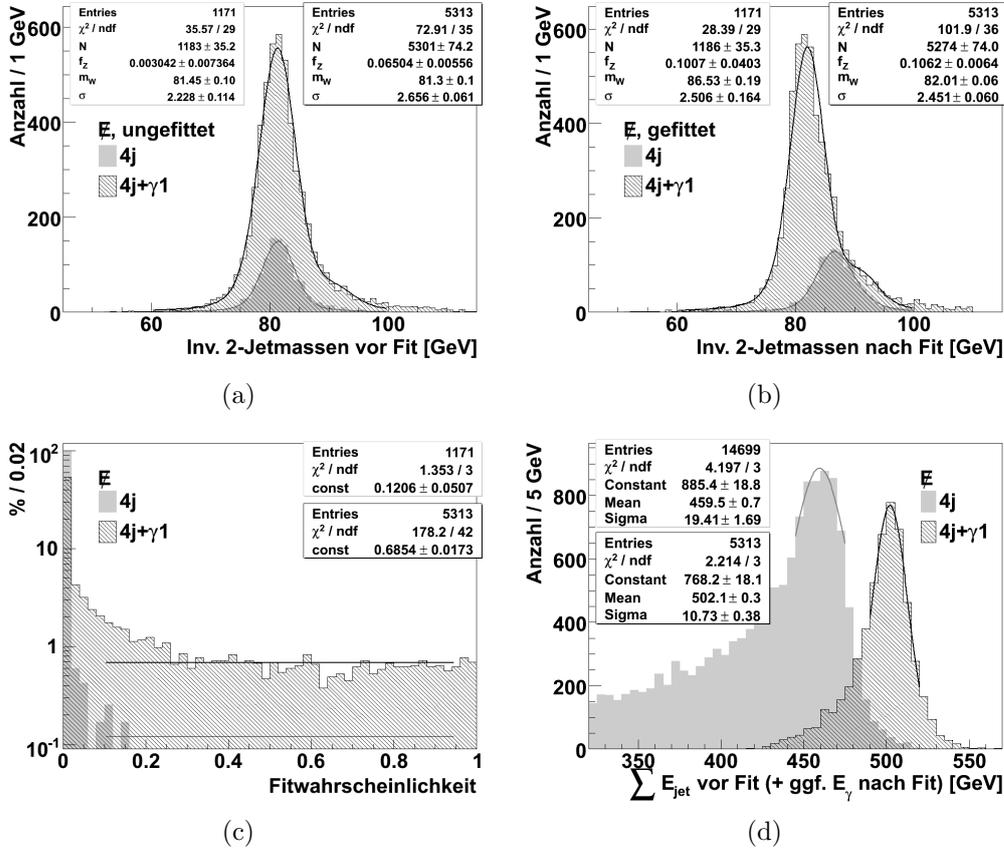


Abbildung 5.3: Fits mit und ohne Photon auf der Teilmenge „E“: Hier wird der bereits bekannte 4-Jet-Fit ((5C,)  $4j$ ; grau) mit einem Fit verglichen, der zusätzlich ein Photon mit einer freien Impulskomponente  $p_z$  enthält ( $4j+\gamma 1$ ; schraffiert). Beide Fits enthalten die fünf Nebenbedingungen gemäß Tab. 3.1. (a) zeigt den Mittelwert der invarianten 2-Jet-Massen vor dem Fit, (b) ebendiesen nach dem Fit, (c) die Fitwahrscheinlichkeit, (d) die Summe der ungefitzten Jetenergien plus ggf. der gefitteten Photonenergie. Erfolgsquote: 8%/36%;  $\Delta m_W$ : +5 GeV/+0.7 GeV;  $\Delta\sigma$ : +0.3 GeV/−0.2 GeV für  $4j/4j+\gamma 1$ .

hat sich durch Hinzunahme des Photons geringfügig erhöht, die Verschiebung der  $W$ -Masse ist zurückgegangen, und die Verbesserung der Auflösung durch den Fit ist größer geworden. Dies relativiert sich teilweise dadurch, dass die invarianten 2-Jet-Massen vor dem Fit nun ein etwas größeres  $\sigma_{\text{vor}} = 2.5$  GeV statt 2.4 GeV aufweisen. Trotzdem verbessert sich die Auflösung nach dem Fit von  $\sigma_{\text{nach}} = 2.0$  GeV auf 1.9 GeV. Allerdings weist der Anstieg der Fitwahrscheinlichkeitsverteilung nahe Eins (Abb. 5.5(c)) nochmals auf das sichtbar überschätzte Spektrum (Abb. 5.1(b)) hin.

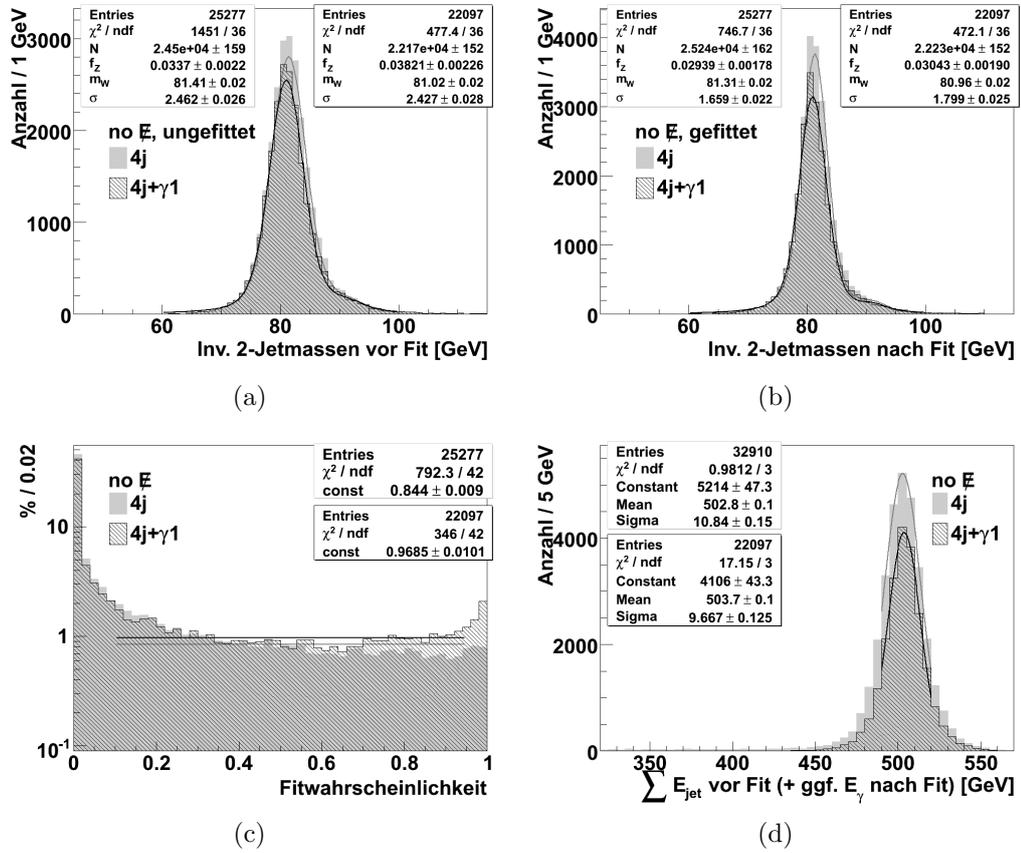


Abbildung 5.4: Fits mit und ohne Photon auf der Teilmenge „no  $E$ “: Vergleich analog zu Abb. 5.3. Erfolgsquote: 77%/67%;  $\Delta m_W$ :  $-0.1$  GeV/ $-0.1$  GeV;  $\Delta\sigma$ :  $-0.8$  GeV/ $-0.6$  GeV für 4j/4j+ $\gamma$ 1.

Die Häufung der Fitwahrscheinlichkeiten nahe Null wurde bereits in Abschnitt 3.3 diskutiert, ebenso die Abweichungen der Verteilung der invarianten 2-Jet-Massen von den angelegten Voigt-Funktionen.

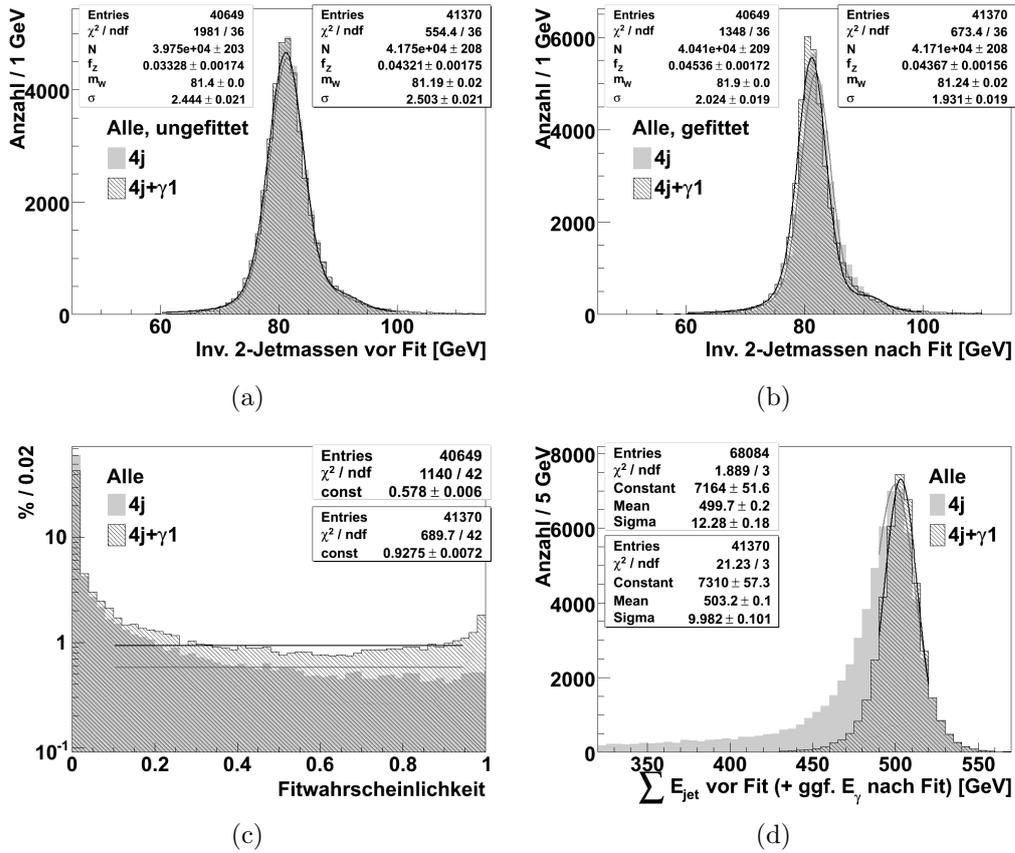


Abbildung 5.5: Fits mit und ohne Photon auf dem vollständigen Datensatz: Vergleich analog zu Abb. 5.3. Erfolgsquote: 60%/61%;  $\Delta m_W$ : +0.5 GeV/+0.1 GeV;  $\Delta \sigma$ : -0.4 GeV/-0.6 GeV für 4j/4j+ $\gamma$ 1.

### 5.2.2 Transversalimpuls frei

Um zu untersuchen, ob ein freier Transversalimpuls die Fitresultate verbessert, wird angenommen, dass  $p_x$  und  $p_y$  ebenfalls einer Gauß-Verteilung folgen. Als Breite wird  $\sigma = 0.2$  GeV gewählt (Abb. 5.6), die dem quadratischen Mittelwert<sup>3</sup> (rms) der generierten Verteilung entspricht. Der kleine Wert kommt dadurch zustande, dass hier bereits die Schnitte aus Tab. 3.3 angewandt sind, die u. a. auch Photonen aussortieren, die in den Detektor fliegen.  $p_z$  wird wieder wie vorher parametrisiert.

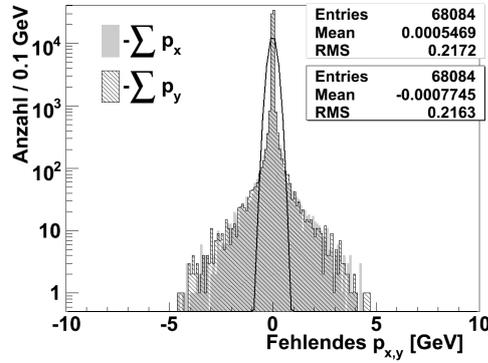


Abbildung 5.6: Fehlendes  $p_x, p_y$  auf Generator-Ebene, durch eine Gauß-Funktion mit Mittelwert  $\mu = 0$  GeV und Breite  $\sigma = 0.2$  GeV approximiert.

In Abb. 5.7(a) ist der gefittete Transversalimpuls gegen den fehlenden Transversalimpuls auf Generator-Ebene aufgetragen. Vom Nullpunkt abgesehen sieht man keine Übereinstimmung, was durch den kleinen Wert für  $\sigma$  erklärt werden kann: Ein Parameter  $p_i$  ergibt einen  $\chi^2$ -Beitrag von

$$\chi_{p_i}^2 = \left( \frac{p_i}{\sigma_{p_i}} \right)^2 \quad (5.1)$$

und somit ist der  $\chi^2$ -Beitrag des Transversalimpulses  $p_t$  gegeben durch:

$$\chi_{p_t}^2 = \left( \frac{p_x}{\sigma_{p_x}} \right)^2 + \left( \frac{p_y}{\sigma_{p_y}} \right)^2 = \left( \frac{p_t}{0.2 \text{ GeV}} \right)^2 \quad (5.2)$$

Ein Transversalimpuls von 2.5 GeV ergibt also bereits einen  $\chi^2$ -Beitrag von 156.25, womit der Fit nicht mehr erfolgreich sein kann (Abschnitt 3.2). Wählt

<sup>3</sup>engl.: root mean square

man  $\sigma = 0.5$  GeV, werden größere Transversalimpulse gefittet, aber eine Übereinstimmung ist immer noch nicht erkennbar (Abb. 5.7(b)). Anscheinend ist es hier (in Einheiten von  $\chi^2$ ) günstiger, die Nebenbedingungen auf Kosten der Jets zu erfüllen.

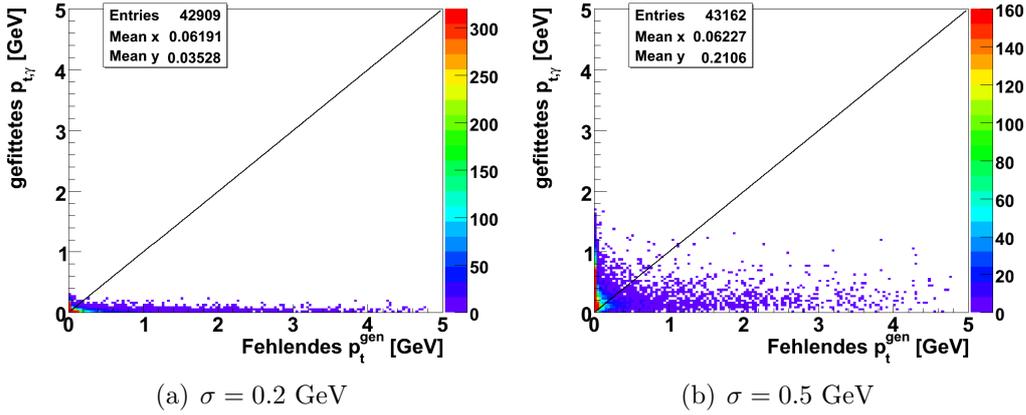


Abbildung 5.7: Vergleich des gefitteten Photontransversalimpulses mit dem fehlenden Transversalimpuls auf Generator-Ebene für verschiedene Breiten der Gauß-Verteilung. Das Maximum der Farbskala ist nachträglich herabgesetzt worden.

In Abb. 5.8(a) ist analog zu Abb. 5.2(a) die gefittete Photonenergie gegen die fehlende Energie auf Generator-Ebene aufgetragen und in Abb. 5.8(b) der Ausschnitt für die Teilmenge „no  $\cancel{E}$ “. Im Vergleich zu Abb. 5.2 zeigt sich hier kein Unterschied, die Verhältnisse der Mittelwerte sind  $\overline{E}_{\text{fit}}/\overline{E}_{\text{fehl}}^{\text{gen}} = 92\%$  auf dem vollständigen Datensatz und  $246\%$  auf der Teilmenge „no  $\cancel{E}$ “.

Abbildungen 5.9-5.11 vergleichen das neue Photonfitobjekt mit freiem Transversalimpuls (4j+ $\gamma$ 2) mit dem aus Abschnitt 5.2.1 (4j+ $\gamma$ 1) auf dem vollständigen Datensatz sowie den Teilmengen „ $\cancel{E}$ “ und „no  $\cancel{E}$ “. Hier sind wieder die invarianten 2-Jet-Massen vor (a) und nach (b) dem Fit dargestellt, sowie die Fitwahrscheinlichkeit (c) und die ungefitteten Jetenergien plus gefitteter Photonenergie (d). Der einzige auffällige Unterschied besteht darin, dass bei freiem Transversalimpuls etwas mehr Fits erfolgreich sind.

Insgesamt ist der Zugewinn gegenüber dem festen Transversalimpuls gering. Die mangelhafte Übereinstimmung aus Abb. 5.7 legt zudem nahe, dass der freie Transversalimpuls nicht zu einer besseren Beschreibung der Photonen führt, sondern vielmehr Ereignisse erfolgreich konvergieren lässt, die vorher an einem schlecht rekonstruierten Transversalimpuls gescheitert sind. Da die fehlenden Transversalimpulse anscheinend im Bereich der entsprechenden Ungenauigkeit der Jetparameter liegen, ist hier auch mit einer besseren Be-

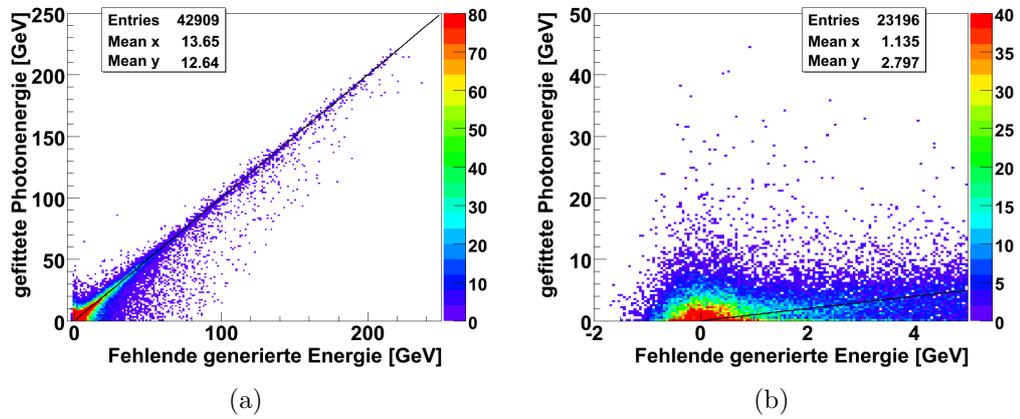


Abbildung 5.8: Vergleich der gefitteten Photonenergie mit der fehlenden Energie auf Generator-Ebene für ein Photon mit freiem  $p_x, p_y, p_z$  ( $\sigma_{p_x} = \sigma_{p_y} = 0.2 \text{ GeV}$ ). (a) zeigt die vollständige Verteilung, (b) den Ausschnitt aus (a) für  $E_{\text{fehl}}^{\text{gen}} < 5 \text{ GeV}$ .

schreibung des Spektrum wohl keine wesentliche Verbesserung zu erwarten. Daher wird dieser Ansatz hier nicht weiter verfolgt.

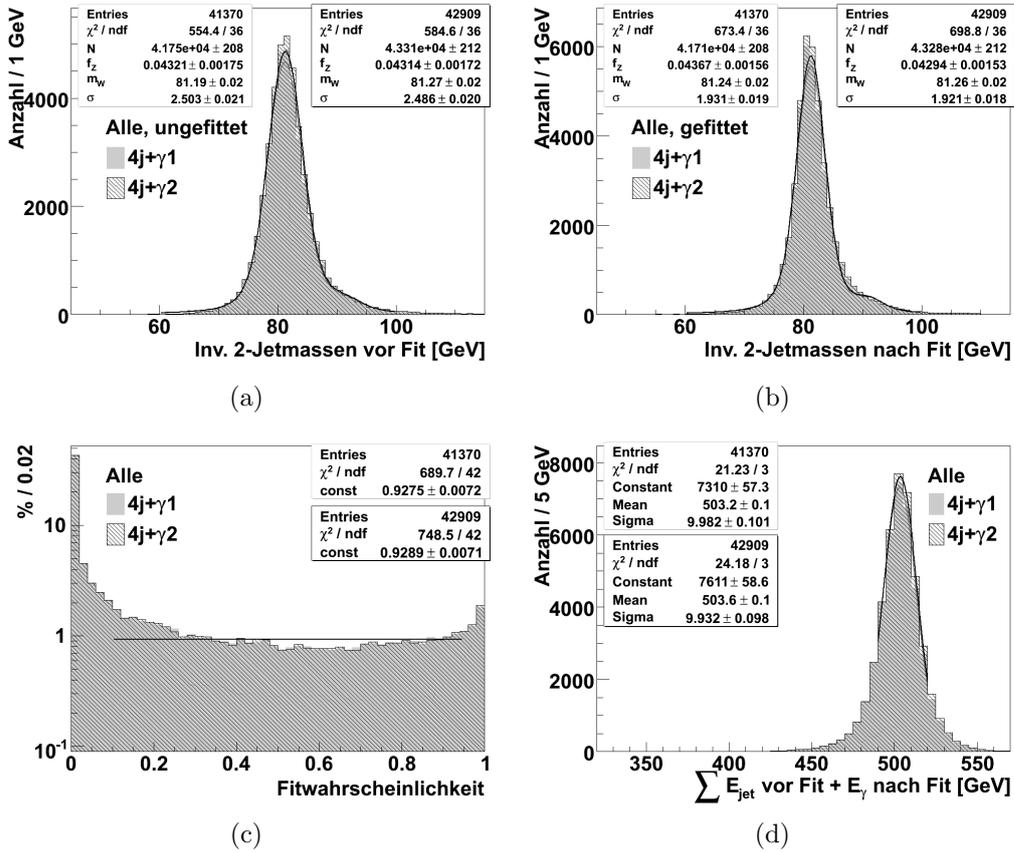


Abbildung 5.9:  $p_x, p_y$  fest kontra  $p_x, p_y$  frei auf dem vollständigen Datensatz: Hier wird der 4-Jet-Fit mit fünf Nebenbedingungen für zwei verschiedene Photonfitobjekte verglichen.  $4j+\gamma_1$  (grau) hat nur den freien Parameter  $p_z$ , während bei  $4j+\gamma_2$  (schraffiert) alle drei Impulskomponenten variiert werden können ( $\sigma_{p_x} = \sigma_{p_y} = 0.2$  GeV). (a) zeigt den Mittelwert der invarianten 2-Jet-Massen vor dem Fit, (b) ebendiesen nach dem Fit, (c) die Fitwahrscheinlichkeit, (d) die Summe der ungefiteten Jetenergien plus ggf. der gefitteten Photonenergie. Erfolgsquote: 61%/63%;  $\Delta m_W$ :  $+0.1$  GeV/ $\pm 0.0$  GeV;  $\Delta\sigma$ :  $-0.6$  GeV/ $-0.6$  GeV für  $4j+\gamma_1/4j+\gamma_2$ .

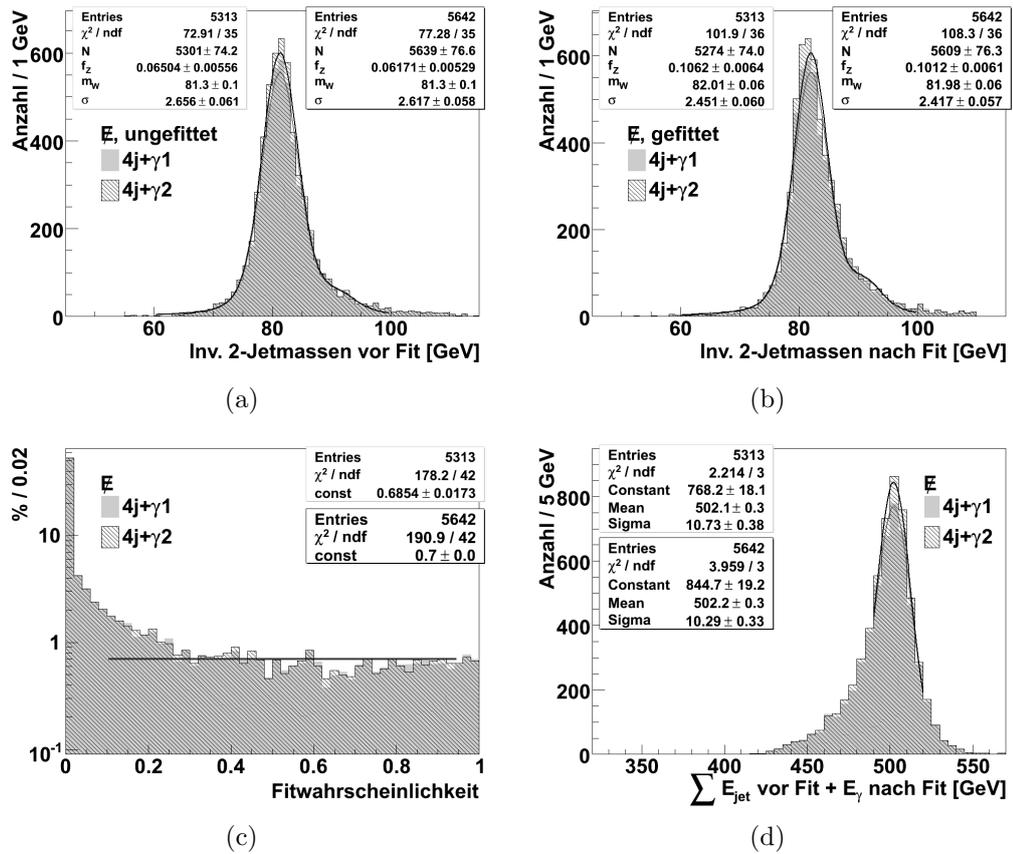


Abbildung 5.10:  $p_x, p_y$  fest kontra  $p_x, p_y$  frei auf der Teilmenge „ $\mathcal{E}$ “: Vergleich analog zu Abb. 5.9. Erfolgsquote: 36%/38%;  $\Delta m_W$ : +0.7 GeV/+0.7 GeV;  $\Delta\sigma$ : -0.2 GeV/-0.2 GeV für 4j+γ1/4j+γ2.

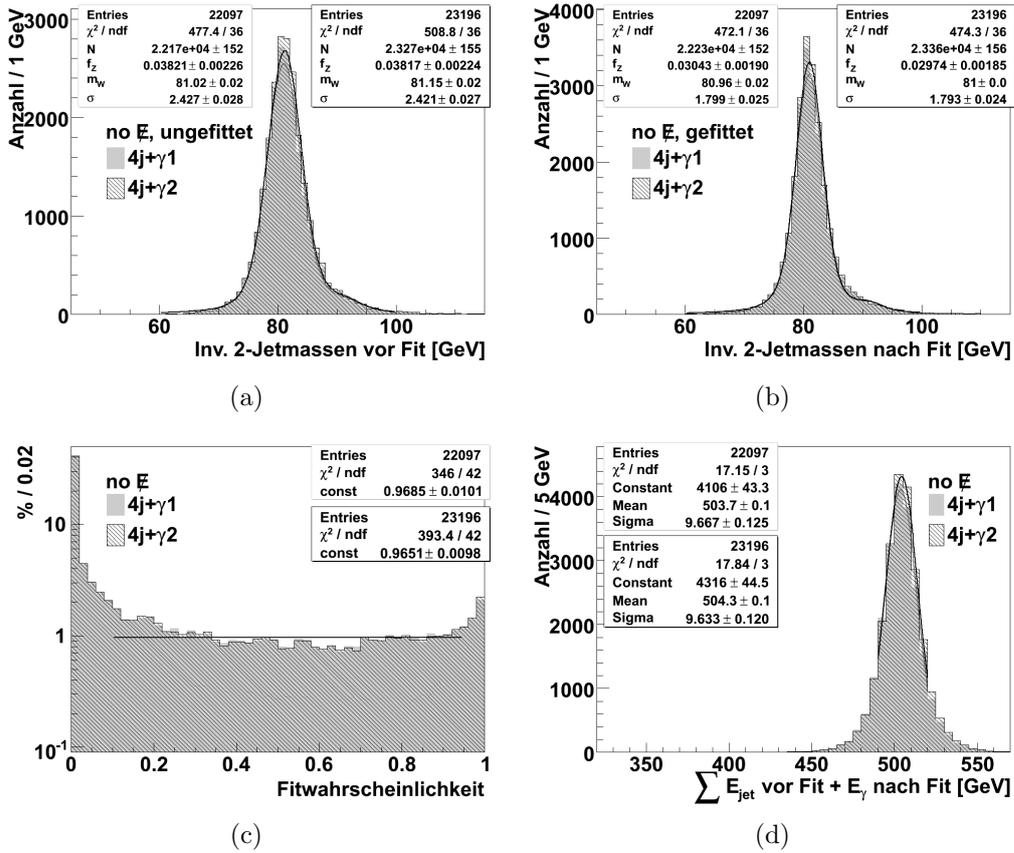


Abbildung 5.11:  $p_x, p_y$  fest kontra  $p_x, p_y$  frei auf der Teilmenge „no E“: Vergleich analog zu Abb. 5.9. Erfolgsquote: 67%/70%;  $\Delta m_W$ :  $\pm 0.0$  GeV/ $-0.2$  GeV;  $\Delta \sigma$ :  $-0.6$  GeV/ $-0.6$  GeV für  $4j+\gamma 1/4j+\gamma 2$ .

## 5.3 Andere Beschreibung des Impulsspektrums

### 5.3.1 Parametertransformation

Bisher wurde angenommen, dass das Impulsspektrum der abgestrahlten Photonen einer Gauß-Verteilung folgt. Nun soll eine andere Verteilung implementiert werden, die das Spektrum besser beschreibt. Dazu gibt es zwei Möglichkeiten:

- Die Funktion, die das  $\chi^2$  für die betroffenen Parameter berechnet, wird an die neue Verteilung angepasst.
- Der Parameter mit nicht-gaußförmiger Fehlerverteilung wird intern durch einen mit gaußförmiger Fehlerverteilung ersetzt.

Da bei der ersten Variante numerische Probleme zu erwarten waren (sehr steiler Anstieg des  $\chi^2$  in der Nähe des Pseudo-Messwertes), wurde hier die zweite Variante umgesetzt.

Dabei wird die Näherung der Photonverteilung  $N(p_z)$  zuerst in eine Gleichverteilung und anschließend in eine Gauß-Verteilung überführt. Für den zweiten Schritt wird eine Näherung aus [21] benutzt, die nur für Werte aus dem Intervall  $[0, 1[$  vorgesehen ist. Daher wird der gaußförmig verteilte Parameter  $p_g$  zunächst nur für  $p_z \geq 0$  berechnet, wobei sich auch  $p_g \geq 0$  ergibt. Anschliessend werden die negativen Werte durch

$$p_g(-|p_z|) = -p_g(|p_z|) \quad (5.3)$$

ergänzt. Dies setzt voraus, dass die  $p_z$ -Verteilung symmetrisch um Null ist, was hier zutrifft (Abb. 5.1).

Für das Photonfitobjekt müssen folgende Größen berechnet werden können (Abschnitt 2.2.3):  $p_g(p_z)$ , die Umkehrfunktion  $p_z(p_g)$ , sowie die ersten beiden Ableitungen der Vierervektorkomponenten  $\frac{dp_\mu}{dp_g}$ ,  $\frac{d^2 p_\mu}{dp_g^2}$ . Dementsprechend muss  $N(p_z)$  so gewählt werden, dass  $p_u(p_z)$  umkehrbar ist und die Umkehrung zweimal abgeleitet werden kann.

Die Energieverteilung der ISR-Photonen folgt einer Potenzfunktion (Abb. 2.4(a)), für die Beamstrahlung lässt sich keine einfache Beschreibung finden (Abschnitt 2.3.2). Daher kann man versuchen, das Impulsspektrum beider Effekte durch eine Potenzfunktion zu beschreiben:

$$\frac{dN}{dp_z} = c \cdot p_z^{b-1} \quad c > 0, b \in ]0, 1[ \quad (5.4)$$

Daraus ergibt sich der gleichverteilte Parameter  $p_u$  wie folgt:

$$|p_u| = \frac{\int_{p_z^{\min}}^{|p_z|} \frac{dN}{d\tilde{p}_z} d\tilde{p}_z}{\int_{p_z^{\min}}^{p_z^{\max}} \frac{dN}{d\tilde{p}_z} d\tilde{p}_z} = \frac{|p_z|^b - (p_z^{\min})^b}{(p_z^{\max})^b - (p_z^{\min})^b}, \quad p_u(-|p_z|) = -p_u(|p_z|) \quad (5.5)$$

Im Idealfall wäre  $p_z^{\min} = 0$ . Hier können numerische Überlegungen jedoch eine Rolle spielen, wie sich zeigen wird. Nach oben hin ist das Spektrum z. B. durch die Energieerhaltung beschränkt. Analog zur Fitwahrscheinlichkeit lässt sich  $p_u$  zum einfachen Vergleich verschiedener Näherungen nutzen.

Nun überführt man die Gleichverteilung mittels der inversen Fehlerfunktion  $\text{erf}(x)$  in eine Gauß-Verteilung, wobei die folgende Näherung aus [21] benutzt wird. Mit  $a = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{\pi-3}{4-\pi}$  ist

$$p_g = \sqrt{2} \cdot \text{sign}(p_z) \cdot \text{erf}^{-1}(p_u) \quad (5.6)$$

$$\approx \text{sign}(p_z) \cdot \sqrt{-\frac{4}{\pi a} - \ln(1 - p_u^2) + \sqrt{\left(\frac{4}{\pi a} + \ln(1 - p_u^2)\right)^2 - \frac{4}{a} \ln(1 - p_u^2)}}$$

Umgekehrt ergibt sich  $p_u$  aus  $p_g$  wie folgt:

$$p_u = \text{erf}\left(\frac{p_g}{\sqrt{2}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (5.7)$$

$$\approx \sqrt{1 - \exp\left(-\frac{p_g^2}{2} \cdot \frac{\frac{4}{\pi} + a \frac{p_g^2}{2}}{1 + a \frac{p_g^2}{2}}\right)}$$

Die Exponentialfunktion nimmt hier für  $p_g$  nahe Null (d. h. nahe dem Pseudo-Messwert) Werte nahe Eins an. Der Ausdruck  $1 - \exp(\dots)$  ist also sehr anfällig für numerische Fehler, so dass es sich hier anbietet, für kritische Werte eine Näherung (z. B. Taylor-Entwicklung) zu verwenden. Bei der Berechnung von  $p_g$  aus  $p_z$  ist  $\ln(1 - p_u^2)$  ähnlich anfällig, allerdings wird damit nur der Startwert für den Fit berechnet, so dass die Rechengenauigkeit hier nicht ganz so wichtig ist.

Die vollständige Umkehrfunktion lautet dann:

$$p_z = \text{sign}(p_g) \cdot \sqrt[2b]{(p_z^{\min})^b + \left((p_z^{\max})^b - (p_z^{\min})^b\right) \cdot p_u} \quad (5.8)$$

$$\approx \text{sign}(p_g) \cdot \sqrt[2b]{(p_z^{\min})^b + \left((p_z^{\max})^b - (p_z^{\min})^b\right) \cdot \sqrt{1 - \exp\left(-\frac{p_g^2}{2} \cdot \frac{\frac{4}{\pi} + a \frac{p_g^2}{2}}{1 + a \frac{p_g^2}{2}}\right)}}$$

Nun sind noch die Ableitungen  $\frac{dp_z}{dp_g}$  und  $\frac{d^2p_z}{dp_g^2}$  zu berechnen. Die anderen Ableitungen ergeben daraus per Kettenregel ( $\frac{dE}{dp_g} = \frac{dE}{dp_z} \frac{dp_z}{dp_g}$  usw.). Mit der Identität

$$\left( (p_z^{\min})^b + \left( (p_z^{\max})^b - (p_z^{\min})^b \right) \cdot \operatorname{erf} \left( \frac{p_g}{\sqrt{2}} \right) \right)^{\frac{1}{b}-1} = (\dots)^{\frac{1}{b} \cdot (1-b)} = |p_z|^{1-b} \quad (5.9)$$

und der Tatsache, dass die Ableitung einer ungeraden Funktion gerade ist, ergibt sich die erste Ableitung zu

$$\begin{aligned} \frac{dp_z}{dp_g} &= \frac{d}{dp_g} \sqrt[b]{(p_z^{\min})^b + \left( (p_z^{\max})^b - (p_z^{\min})^b \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{p_g/\sqrt{2}} e^{-t^2} dt} \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{(p_z^{\max})^b - (p_z^{\min})^b}{b} \cdot |p_z|^{1-b} \cdot \exp \left( -\frac{p_g^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (5.10)$$

und die zweite Ableitung zu

$$\frac{d^2p_z}{dp_g^2} = \frac{dp_z}{dp_g} \left( (1-b) \cdot \frac{dp_z}{dp_g} \cdot \frac{1}{p_z} - p_g \right) \quad (5.11)$$

Für  $p_g = 0$  (d. h.  $p_z = 0$ ) wird die zweite Ableitung mit 0 ergänzt.

### 5.3.2 Näherung durch eine Potenzfunktion

Hier ist die im vorherigen Abschnitt dargestellte Näherung des Spektrums durch eine Potenzfunktion mit folgenden Transformationsparametern umgesetzt:  $N(p_z) \propto p_z^{0.1964}$ ,  $p_z^{\min} = 0$  GeV,  $p_z^{\max} = 250$  GeV. Abbildung 5.12(a) zeigt das vollständige Spektrum der  $z$ -Komponente des fehlenden Impulses auf Generator-Ebene  $p_z^{\text{fehl,gen}}$  mit dem Verlauf gemäß Näherung, Abb. 5.12(b) einen Ausschnitt für kleine  $p_z^{\text{fehl,gen}}$ . Abbildung 5.12(c,d) zeigen das sich daraus ergebende  $p_u$  bzw.  $p_g$ , zusätzlich ist jeweils der ideale Verlauf der Verteilung eingezeichnet. Die Abweichungen von der Näherung durch die Potenzfunktion zeigen sich entsprechend in der Verteilung der  $p_u$  bzw.  $p_g$ , vor allem nahe  $p_z = 0$  (entspricht  $p_u = 0$  und  $p_g = 0$ ). Da die Potenzfunktion bei Null eine Polstelle besitzt, während die Anzahl der Photonen endlich bleibt, entsteht dort die in den Verteilungen der  $p_u$  und  $p_g$  erkennbare Lücke.

Bei  $p_g = 0$  zeigt sich außerdem die Wichtigkeit einer hinreichenden Rechengenauigkeit: Der kleinste in den generierten Daten vorkommende Wert ist  $|p_z| = 3.8 \cdot 10^{-6}$  GeV, was einem  $p_g$  von 0.037 entspricht. Daher könnte

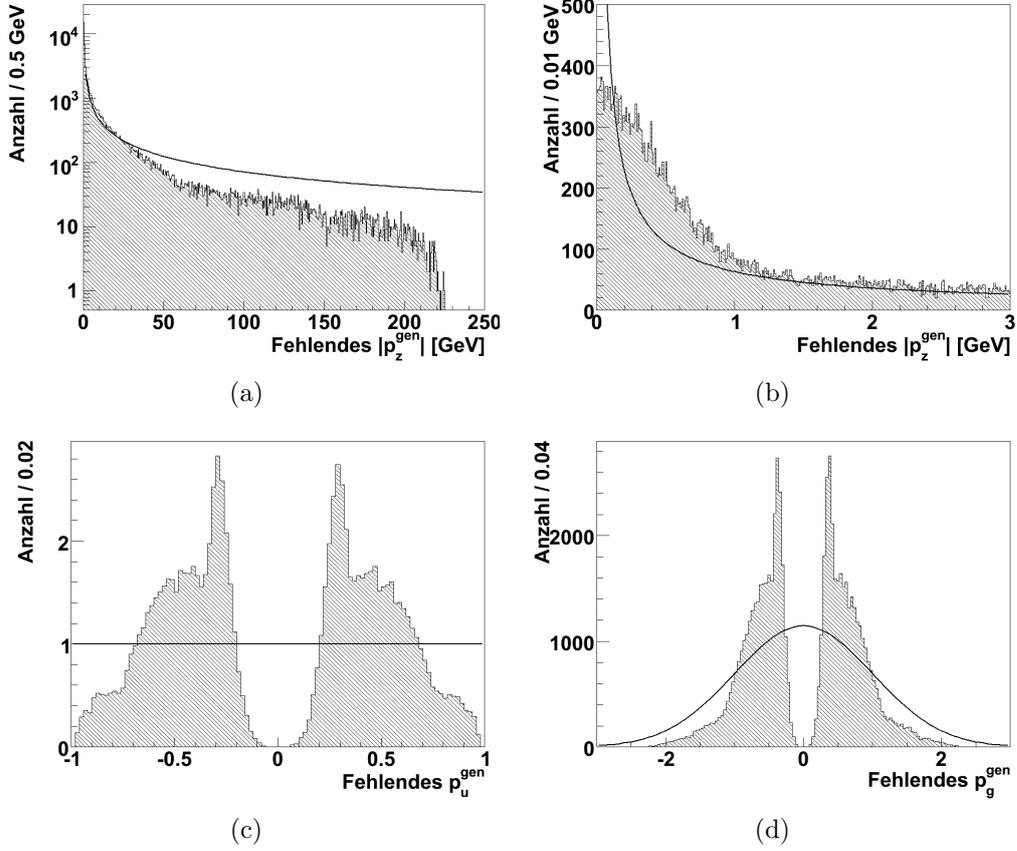


Abbildung 5.12: Fehrendes  $p_z$  auf Generator-Ebene  $|p_z^{\text{fehl,gen}}|$  mit der Näherung  $N(p_z) \propto |p_z|^{0.1964}$ ,  $p_z^{\text{min}} = 0$  GeV,  $p_z^{\text{max}} = 250$  GeV. (a) zeigt den Betrag des fehlenden  $p_z$  auf Generator-Ebene mit  $\frac{dN}{d|p_z|} \propto |p_z|^{-0.8036}$ , (b) einen Ausschnitt aus (a) bei kleinen Impulsen, (c) das resultierende  $p_u$  mit der erwarteten Gleichverteilung, und (d) das resultierende  $p_g$  mit der Standard-Gaußfunktion.

es bei der Suche nach einer besseren Näherung allein schon aus numerischen Gründen sinnvoll sein, für  $p_z^{\text{min}}$  einen anderen Wert als Null zu wählen.

Abbildung 5.12(d) weist eine gewisse Ähnlichkeit mit mit Abb. 5.1(a) auf; allerdings wird hier der vollständige Datensatz beschrieben und nicht nur die Teilmenge „ $\bar{E}$ “. Von daher erwartet man hier vor allem bei kleineren Beträgen fehlender Energie eine Verbesserung gegenüber dem ersten Ansatz (Spektrum durch Gauß-Verteilung beschrieben, siehe Abschnitt 5.2.1).

Im Folgenden werden diese beiden Photonfitobjekte miteinander verglichen. Abb. 5.13 zeigt für beide Photonfitobjekte den  $\chi^2$ -Beitrag in Abhängigkeit vom Impuls des Photons. Wie gewünscht, sind die Beiträge für  $\gamma 3$  bei

kleinen Impulsen höher, während der Unterschied bei großen Impulsen, für die die Näherung von  $\gamma 1$  ausgelegt ist, deutlich kleiner ist.

Zum Vergleich wurde wieder ein Fit mit der Fithypothese „4 Jets + Photon“ mit den fünf Nebenbedingungen gemäß Tab. 3.1 durchgeführt. Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, als Startwert nicht  $\vec{p} = \vec{0}$  zu wählen, da sich dort i. d. R. ein ausgeprägtes lokales Minimum befindet: Mit ansteigendem  $|p_z|$  wächst der  $\chi^2$ -Beitrag sehr schnell (Abb. 5.13), während sich die Werte der Nebenbedingungen für  $E$ - und  $p_z$ -Erhaltung kaum ändern: Der Praxistest ergibt im Fit ausschließlich Photonenergien kleiner als  $10^{-81}$  GeV. Für die folgenden Ergebnisse wurde als Startwert  $p_x = p_y = 0$  und  $p_z = p_z^{\text{reko,fehl}}$  gewählt. Dabei ist  $p_z^{\text{reko,fehl}}$  die  $z$ -Komponente des fehlenden Impuls der rekonstruierten Jets, d. h.

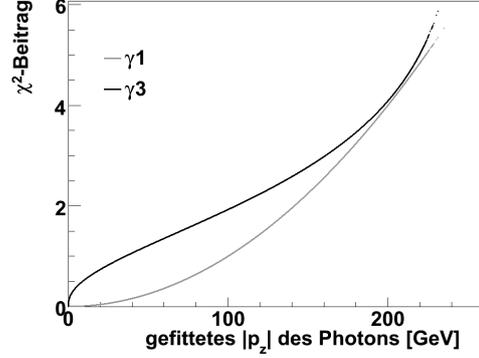


Abbildung 5.13:  $\chi^2$ -Beiträge für verschiedene Photonspektren:  $\gamma 1$  zeigt die Beiträge für das Photon mit dem durch eine Gauß-Verteilung beschriebenen Impulsspektrum,  $\gamma 3$  für das Spektrum, das durch die Potenzfunktion (Abb. 5.12) approximiert wurde.

$$p_z^{\text{reko,fehl}} = 0 - \sum_{\text{jets}} p_z^{\text{reko}} \quad (5.12)$$

Für Startwerte außerhalb  $] - p_z^{\text{max}}, -p_z^{\text{min}}[\cup \{0\} \cup ] p_z^{\text{min}}, p_z^{\text{max}}[$  kann allerdings kein  $p_g$  bestimmt werden. Diese Ereignisse kann man entweder aussortieren oder mit einem anderen Startwert versehen. Hier wurden sie aussortiert (2 Ereignisse, d. h. 0.003 %).

In Abb. 5.14 ist wieder analog zu Abb. 5.2 die gefittete Photonenergie gegen die fehlende Energie auf Generator-Ebene aufgetragen. In Abb. 5.14(a) zeigt sich eine insgesamt gute Übereinstimmung (die mittlere gefittete Energie beträgt  $\overline{E_{\text{fit}}}/\overline{E_{\text{fehl}}^{\text{gen}}} = 90\%$  der mittleren fehlenden Energie). In Abb. 5.14(b) erhält man durch den Schnitt „ $\sum E_{\text{fehl}}^{\text{gen}} - |\sum p_{z,\text{fehl}}^{\text{gen}}| < 5$  GeV“ (Ereignisse mit mehreren Photonen) Gleichheit:  $\overline{E_{\text{fit}}}/\overline{E_{\text{fehl}}^{\text{gen}}} = 100\%$ . Auf der Teilmenge „no  $\cancel{E}$ “ liegt der Wert bei 182 %. Im Vergleich zum ersten Ansatz (nachfolgend mit  $4j+\gamma 1$  bezeichnet) sind die gefitteten Photonenergien hier ( $4j+\gamma 3$ ) im Mittel etwas niedriger, vor allem auf „no  $\cancel{E}$ “. Dort zeigt sich offenbar der Effekt der besseren Näherung des Impulsspektrums, allerdings werden immer noch im Mittel zu große Energien gefittet. Dies lässt sich wieder wie in

Abschnitt 5.2.1 mit der begrenzten Genauigkeit der rekonstruierten Daten erklären. In Abb. 5.14 fällt im Vergleich zu Abb. 5.2 außerdem eine erhöhte Zahl von Ereignissen mit  $E_{\text{fit}} \approx 0$  und  $E_{\text{fehl}}^{\text{gen}} > 0$  auf. Dies lässt sich durch die deutlich größeren  $\chi^2$ -Beiträge bei kleinen Energien (Abb. 5.13) erklären. Im Gegensatz zu Abschnitt 5.2.2 werden die  $\chi^2$ -Beiträge hier allerdings nicht so groß, dass eine korrekte Darstellung der fehlenden Energie im Fit unmöglich wird.

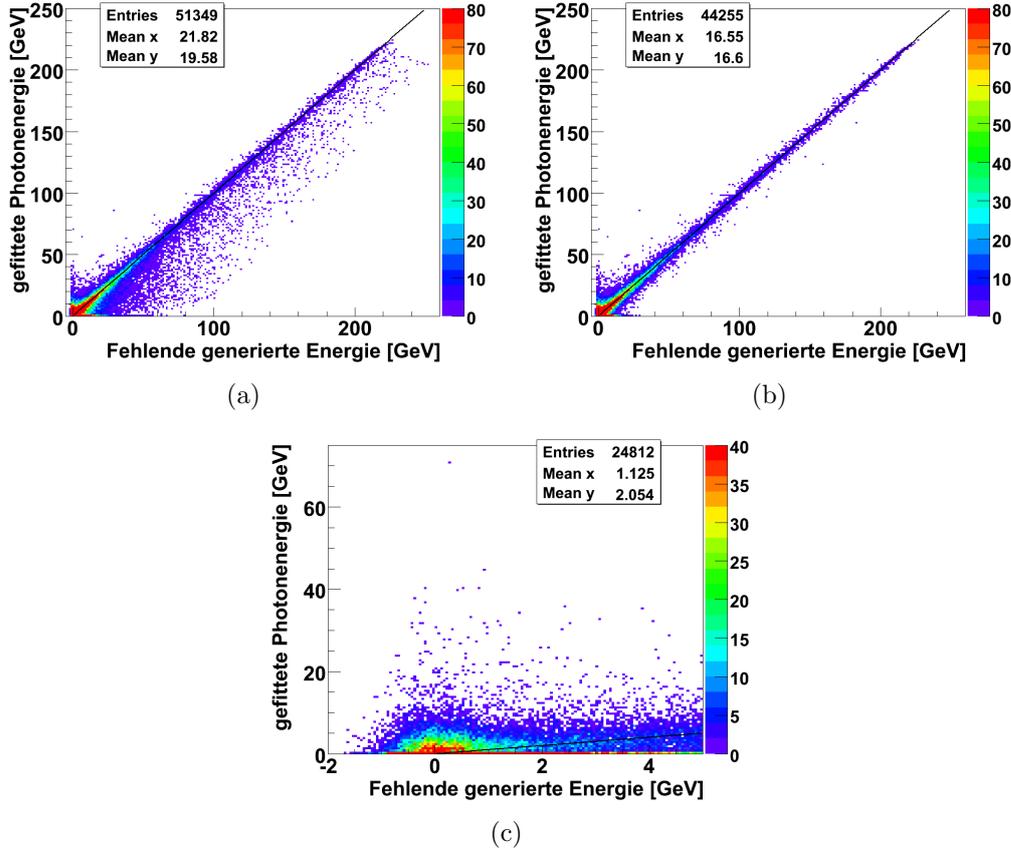


Abbildung 5.14: Vergleich der gefitteten Photonenergie mit der fehlenden Energie auf Generator-Ebene für ein Photon mit besserer Spektrumsnäherung. (a) zeigt die vollständige Verteilung, (b) mit dem zusätzlichen Schnitt  $\sum E_{\text{fehl}}^{\text{gen}} - |\sum p_z^{\text{fehl,gen}}| < 5$  GeV. (c) zeigt den Ausschnitt aus (a) für  $E_{\text{fehl}}^{\text{gen}} < 5$  GeV.

Abb. 5.15 zeigt den Vergleich der beiden Photonfitobjekte auf dem vollständigen Datensatz anhand der invarianten 2-Jet-Massen vor (a) bzw. nach (b) dem Fit, der Fitwahrscheinlichkeit (c) und der Summe der ungefitteten Jetenergien plus der gefitteten Photonenergie (d).

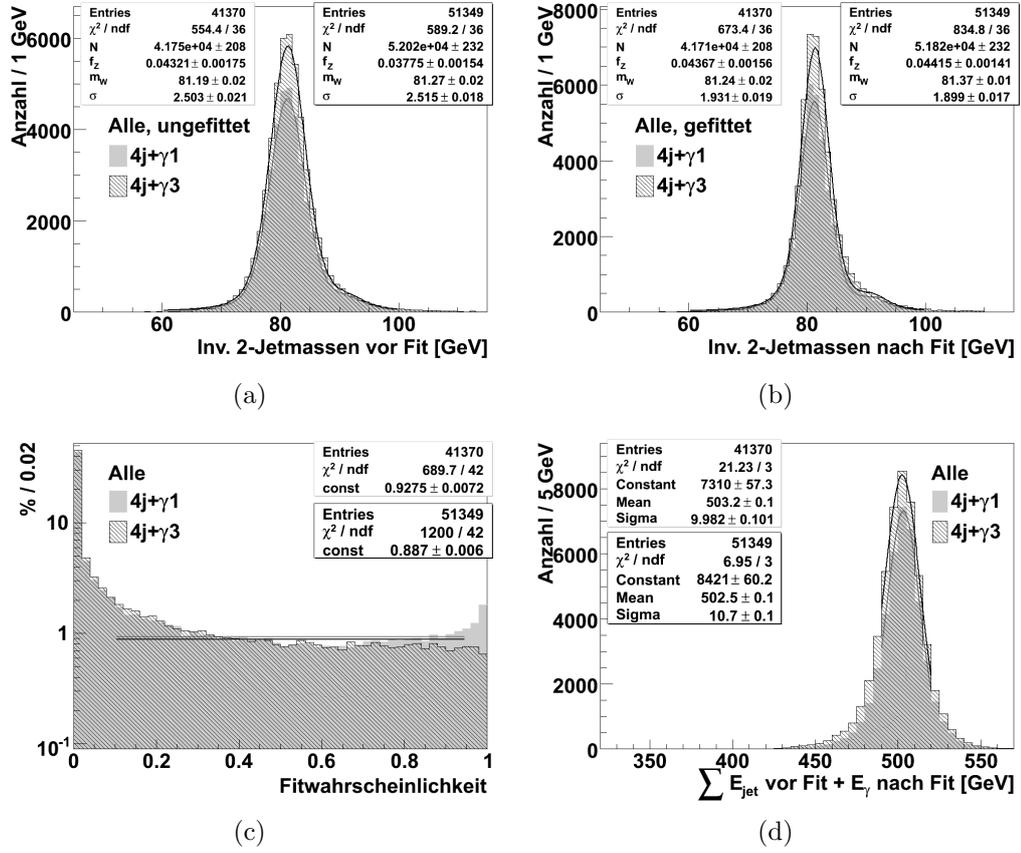


Abbildung 5.15: Gauß-Verteilung kontra Näherung durch Potenzfunktion auf dem vollständigen Datensatz: Hier wird der 4-Jet-Fit mit fünf Nebenbedingungen für zwei verschiedene Photonfitobjekte mit freiem Parameter  $p_z$  verglichen.  $4j+\gamma 1$  (grau) ist die bekannte Version mit dem durch eine Gauß-Verteilung beschriebenen Impulsspektrum, während bei  $4j+\gamma 3$  (schraffiert) das Spektrum durch eine Potenzfunktion (Abb. 5.12) beschrieben wird. (a) zeigt den Mittelwert der invarianten 2-Jet-Massen vor dem Fit, (b) ebendiesen nach dem Fit, (c) die Fitwahrscheinlichkeit, (d) die Summe der ungefitzten Jetenergien plus der gefitteten Photonenergie. Erfolgsquote: 61%/75%;  $\Delta m_W$ : +0.1 GeV/+0.1 GeV;  $\Delta \sigma$ : -0.6 GeV/-0.6 GeV für  $4j+\gamma 1/4j+\gamma 3$ .

Für  $4j+\gamma 3$  sind deutlich mehr Fits *erfolgreich*<sup>4</sup>, und die Fitwahrscheinlichkeit steigt nahe Eins nicht mehr an. Dies zeigt, dass das Impulsspektrum der Photonen nicht mehr deutlich überschätzt wird. Die Verschiebung der  $W$ -Masse bleibt nahezu Null. Allerdings zahlt sich die bessere Beschreibung

<sup>4</sup>Definition siehe Abschnitt 3.2

des Spektrums nicht in Form einer weiteren Verbesserung der Auflösung aus. Die Betrachtung der Teildatensätze liefert eine Erklärung:

Abbildung 5.16 zeigt die Verteilungen analog zu Abb. 5.15 für die Teilmenge „ $\bar{E}$ “. Hier hat sich die Erfolgsquote gegenüber dem ersten Ansatz mehr als verdoppelt, die Auflösung verbessert sich jedoch weiterhin um nur 0.2 GeV.

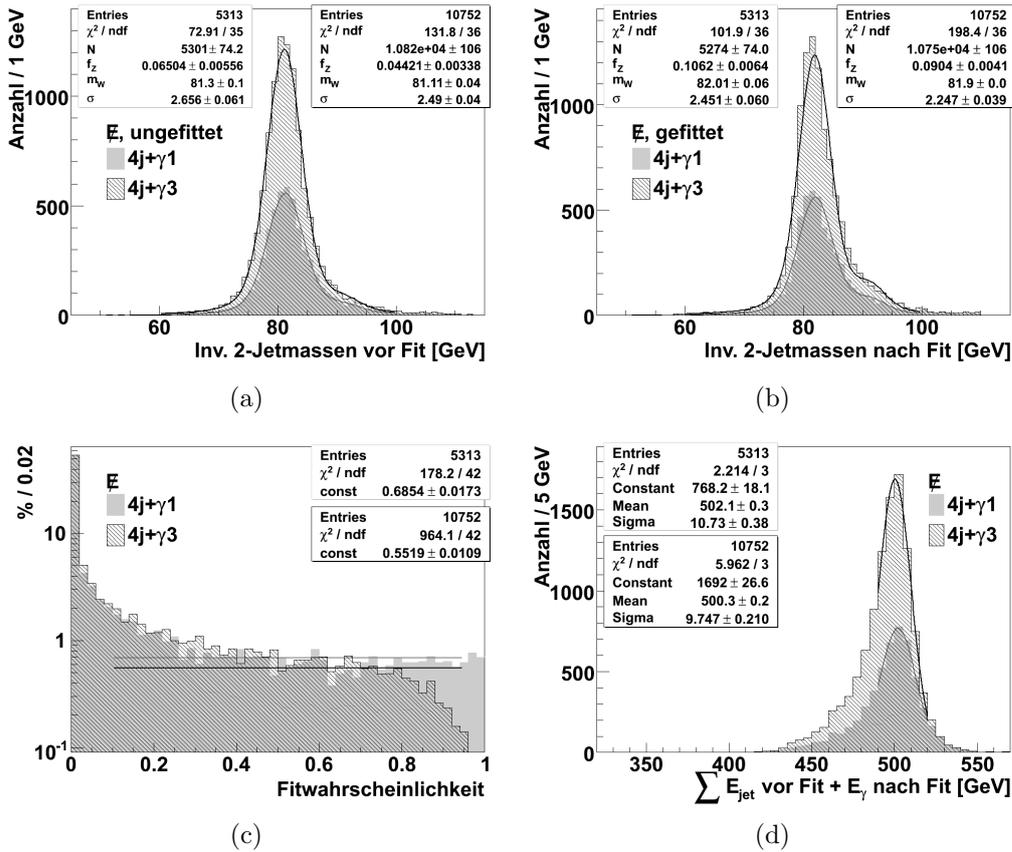


Abbildung 5.16: Gauß-Verteilung kontra Näherung durch Potenzfunktion auf der Teilmenge „ $\bar{E}$ “: Vergleich analog zu Abb. 5.15. Erfolgsquote: 36%/73%;  $\Delta m_W$ : +0.7 GeV/+0.8 GeV;  $\Delta\sigma$ : -0.2 GeV/-0.2 GeV für  $4j+\gamma 1/4j+\gamma 3$ .

Abbildung 5.17 zeigt die Verteilungen analog zu Abb. 5.15 für die Teilmenge „no  $\bar{E}$ “. Hier ist die Erfolgsquote um 12% gewachsen, aber die Auflösung verbessert sich nun um 0.8 GeV statt 0.6 GeV. Der starke Zuwachs von Ereignissen mit geringer Auflösungsverbesserung führt also zusammen mit dem weniger starken Zuwachs an Ereignissen mit gesteigener Auflösungsverbesserung dazu, dass die Auflösungsverbesserung auf dem vollständigen Datensatz im Mittel unverändert bleibt, ebenso wie die absolute Auflösung.

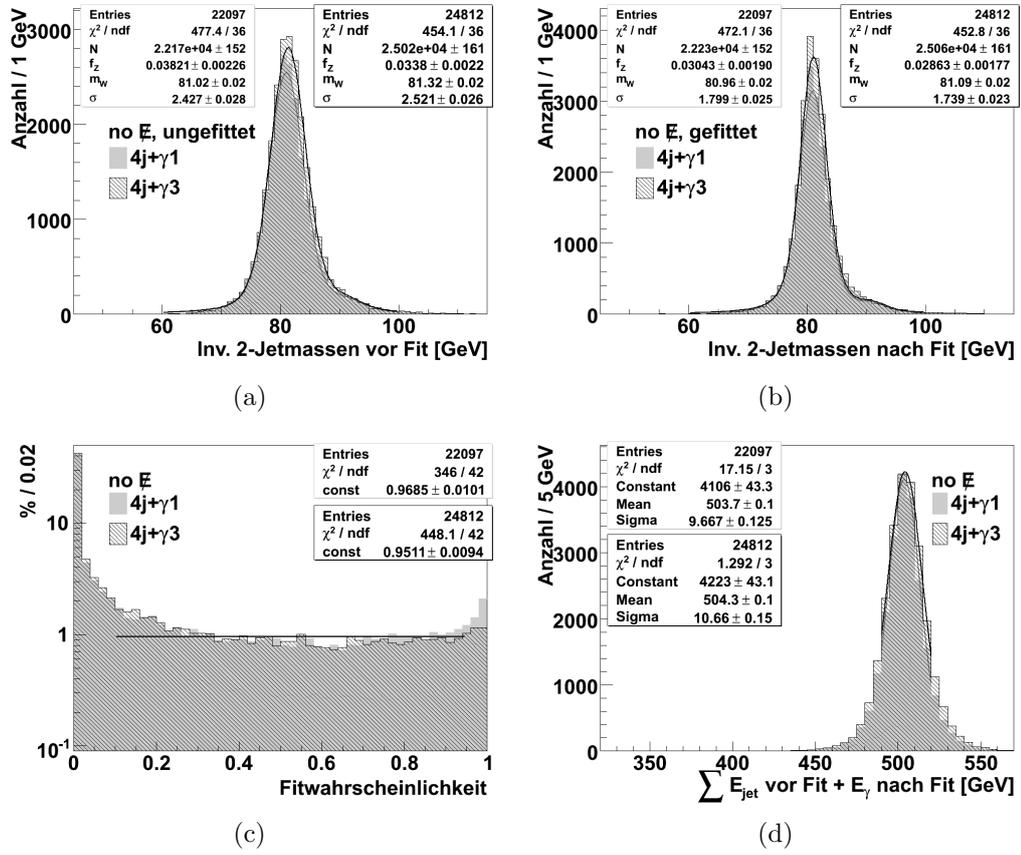


Abbildung 5.17: Gauß-Verteilung kontra Näherung durch Potenzfunktion auf der Teilmenge „no E“: Vergleich analog zu Abb. 5.15. Erfolgsquote: 67%/75 %;  $\Delta m_W$ :  $-0.1 \text{ GeV} / -0.2 \text{ GeV}$ ;  $\Delta \sigma$ :  $-0.6 \text{ GeV} / -0.8 \text{ GeV}$  für  $4j+\gamma 1/4j+\gamma 3$ .

Bei den Fitwahrscheinlichkeiten auf der Teilmenge „E“ (Abb. 5.16(c)) fällt auf, dass Werte  $> 0.8$  seltener als erwartet und Werte  $> 0.96$  gar nicht angenommen werden. Dies lässt sich anhand von Abb. 5.13 erklären: Der Teildatensatz „E“ enthält Ereignisse mit mindestens 30 GeV fehlender Energie auf Generator-Ebene. Im Fit liefert ein Photon mit dieser Energie ( $p_g = 0.95$ ) gemäß Gl. 5.1 einen  $\chi^2$ -Beitrag in Höhe von 0.91. Eine Fitwahrscheinlichkeit von 0.96 entspricht einem  $\chi^2 = 1.03$ , d. h. die anderen zwölf Jetparameter liefern in diesem Fall zusammen einen  $\chi^2$ -Beitrag in Höhe von 0.12, was einer durchschnittlichen Abweichung von  $0.1\sigma$  pro Parameter entspricht. Für  $\gamma 1$  hingegen trägt das Photon nur 0.09 zum  $\chi^2$  bei, das totale  $\chi^2 = 0.21$  ergibt eine Fitwahrscheinlichkeit von 0.999. Die fehlende Energie führt – sofern sie im Fit richtig wiedergegeben wird – also automatisch zum einem so ho-

hen  $\chi^2$ -Beitrag, dass Fitwahrscheinlichkeiten nahe Eins nicht erreicht werden können.

Sowohl auf dem vollständigen Datensatz, als auch auf den Teilmengen „ $\mathbb{E}$ “ und „no  $\mathbb{E}$ “ sind hier deutlich mehr Ereignisse erfolgreich als bei der Beschreibung des Impulsspektrums durch eine Gauß-Verteilung. Unter dem Gesichtspunkt, dass die Beiträge für  $\gamma 3$  durchweg höher sind, überrascht dies zunächst einmal, da man von den höheren  $\chi^2$ -Beträgen für diesen Ansatz (Abb. 5.13) naiverweise das Gegenteil erwarten würde. Die genaue Ursache wurde nicht untersucht, hängt aber möglicherweise mit dem Vorgehen des verwendeten Fitters zusammen: Bei der iterativen Suche der Lösung (Abschnitt 2.2.2) wird die Schrittweite durch die angegebenen Fehler bestimmt. Sind die Fehler stark unterschätzt, „schießt“ der Fitter möglicherweise „über das Ziel hinaus“, d. h. er findet ein lokales Minimum des  $\chi^2$ , das aber nicht der gesuchten Lösung entspricht.

Tabelle 5.1 fasst die wesentlichen Kennzahlen zusammen für die Fits mit drei vorgestellten Parametrisierungen des Photons zusammen. Bei der Erfolgsquote, der Auflösungsänderung und der Auflösung nach dem Fit weist die dritte Variante (5C,4j+ $\gamma 3$ ) die größten Erfolge auf, bei der Massenverschiebung zeigen hingegen alle Varianten nur geringe Unterschiede.

(Teil)datensatz	Fithypothese	Erfolgs- quote [%]	$\Delta m_W$ [GeV]	$\Delta\sigma$ [GeV]	$\sigma_{\text{nach}}$ [GeV]
gesamt	5C,4j+ $\gamma 1$	61	+0.1	−0.6	1.9
	5C,4j+ $\gamma 2$	63	±0.0	−0.6	1.9
	5C,4j+ $\gamma 3$	75	+0.1	−0.6	1.9
„ $\mathbb{E}$ “	5C,4j+ $\gamma 1$	36	+0.7	−0.2	2.5
	5C,4j+ $\gamma 2$	38	+0.7	−0.2	2.4
	5C,4j+ $\gamma 3$	73	+0.8	−0.2	2.2
„no $\mathbb{E}$ “	5C,4j+ $\gamma 1$	67	−0.1	−0.6	1.8
	5C,4j+ $\gamma 2$	70	−0.1	−0.6	1.8
	5C,4j+ $\gamma 3$	75	−0.2	−0.8	1.7

Tabelle 5.1: Vergleich der Photonparametrisierungen: Es werden die wesentlichen Kennzahlen (siehe Abschnitt 3.2) der Fithypothesen mit den vorgestellten drei Photonparametrisierungen ( $\gamma 1$ : Abschnitt 5.2.1,  $\gamma 2$ : Abschnitt 5.2.2,  $\gamma 3$ : Abschnitt 5.3) auf dem vollständigen Datensatz sowie den Teilmengen gemäß Tab. 3.4 miteinander verglichen: Der Anteil der *erfolgreichen* Fits, die Verschiebung der  $W$ -Masse  $\Delta m_W$ , die Verbesserung der Auflösung  $\Delta\sigma$  und die Auflösung nach dem Fit  $\sigma_{\text{nach}}$ .



# Kapitel 6

## Zusammenfassung und Ausblick

(Teil)datensatz	Fithypothese	Erfolgsquote [%]	$\Delta m_W$ [GeV]	$\Delta\sigma$ [GeV]	$\sigma_{\text{nach}}$ [GeV]
gesamt	5C,4j	60	+0.5	-0.4	2.0
	3C,4j	79	+0.1	$\pm 0.0$	2.6
	5C,4j+ $\gamma$ 3	75	+0.1	-0.6	1.9
„ $\cancel{E}$ “	5C,4j	8	+5	+0.3	2.5
	5C,4j+ $\gamma$ 3	73	+0.8	-0.2	2.2
„no $\cancel{E}$ “	5C,4j	77	-0.1	-0.8	1.7
	5C,4j+ $\gamma$ 3	75	-0.2	-0.8	1.7

Tabelle 6.1: Vergleich der gewonnenen Ergebnisse mit der Ausgangssituation: Es werden die wesentlichen Kennzahlen (siehe Abschnitt 3.2) der beiden Fithypothesen der Ausgangssituation (5C,4j und 3C,4j; siehe Abschnitt 3.3) mit denen der vielversprechendsten Fithypothese mit Photon (5C,4j+ $\gamma$ 3; siehe Abschnitt 5.3) auf dem vollständigen Datensatz sowie den Teilmengen gemäß Tab. 3.4 verglichen: Der Anteil der *erfolgreichen* Fits, die Verschiebung der  $W$ -Masse  $\Delta m_W$ , die Verbesserung der Auflösung  $\Delta\sigma$  und die Auflösung nach dem Fit  $\sigma_{\text{nach}}$ .

Es wurden drei verschiedene Photonparametrisierungen vorgestellt. Darunter hat sich die Variante mit der Spektrumsnäherung durch eine Potenzfunktion (Abschnitt 5.3) in allen Punkten am erfolgversprechendsten erwiesen. Tabelle 6.1 zeigt den Vergleich mit der Ausgangssituation (Abschnitt 3.3) und den erreichten Fortschritt gemessen an den gesteckten Zielen.

Auf dem gesamten Datensatz zeigt sich eine deutliche Verbesserung: Der 5C-Fit mit Photon weist eine ähnlich hohe Erfolgsquote wie der 3C-Fit (ohne  $E, p_z$ -Erhaltung) auf, die  $W$ -Masse ändert sich nur unwesentlich, aber die

Verbesserung der Auflösung  $\Delta\sigma$  hat gegenüber dem 5C-Fit ohne Photon um 50 % zugenommen. Dadurch werden nun 25 % mehr Ereignisse erfolgreich gefittet, wobei sich die Auflösung nach dem Fit von 2.0 GeV auf 1.9 GeV verbessert hat.

Auf der Teilmenge „no  $\cancel{E}$ “ schlägt sich der 5C-Fit mit Photon fast ebenso gut wie der 5C-Fit ohne Photon. Auf „ $\cancel{E}$ “ sieht man, dass der Fit mit Photon noch nicht die gleichen Ergebnisse wie auf „no  $\cancel{E}$ “ erbringt.  $\Delta\sigma$  und  $\Delta m_W$  haben sich eindeutig verbessert, liegen allerdings noch erkennbar unter den Werten auf „no  $\cancel{E}$ “. Die Erfolgsquote der Fits hat sich jedoch verneunfacht und liegt damit nur noch knapp unter der auf „no  $\cancel{E}$ “.

## Weiterentwicklung

Nachdem sich gezeigt hat, wieviel man durch eine bessere Beschreibung des Photonspektrums gewinnen kann, bleibt zu hoffen, dass eine noch bessere Näherung auch zu weiteren Verbesserungen in puncto Erfolgsquote und Auflösung führt. In dieser Arbeit wurde die Umsetzung anhand eines Beispiels bereits vorgeführt, so dass die wesentliche Arbeit nun nur noch darin besteht, eine Beschreibung für das Spektrum zu finden, die den Anforderungen in Abschnitt 5.3.1 genügt.

Ist eine bessere Beschreibung gefunden, kann man diese noch einmal auf  $p_x, p_y$  anwenden, um zu überprüfen, ob sich hier doch noch eine Verbesserung erzielen lässt. Da die auftretenden Transversalimpulse relativ klein gegenüber den longitudinalen sind, ist hier aber allenfalls ein geringer Gewinn zu erwarten.

Ein weitere Verbesserungsmöglichkeit ergibt sich durch die Ereignisse, die sich besser durch mehrere Photonen beschreiben lassen (Abschnitt 4.2). Die immer noch auffällige Verschiebung der  $W$ -Massen  $\Delta m_W$  auf der Teilmenge „ $\cancel{E}$ “ trotz Hinzunahme eines Photons in die Fithypothese weist darauf hin, dass hier immer noch „überschüssige“ Energie vorhanden ist (Abschnitt 3.2). Da für Ereignisse mit mehreren Photonen noch immer zu niedrige Energien gefittet werden (Abb. 5.14), verspricht die Hinzunahme weiterer Photonen eine weitere Reduktion von  $\Delta m_W$ . Wie erwähnt, würden zwei parallele Photonen den Fitter in Schwierigkeiten bringen. Eine Idee, dies zu umgehen, wäre ein 2-Photonen-Fitobjekt, das beide Teilchen zusammen darstellt. Dieses Fitobjekt hätte z. B. die beiden freien Parameter  $E$  und  $p_z$ , die gerade der Summe bzw. Differenz der Beträge der  $z$ -Impulse der einzelnen Photonen entsprächen.

Detailverbesserungen sind außerdem noch in folgenden Punkten möglich:

- Die harte Nebenbedingung, dass die invarianten 2-Jet-Massen gleich sein sollen, ignoriert die Zerfallsbreite der Bosonen. Deshalb bietet es sich an, hier stattdessen eine weiche Nebenbedingung einzusetzen. Zusätzlich könnten darin die Auswirkungen der Hadronisierung (Abschnitt 3.2) berücksichtigt werden.
- Beschreibung der gefitteten 2-Jet-Massen-Verteilung durch relativistische Breit-Wigner-Verteilung anstelle der nicht-relativistischen (Abschnitt 3.2)
- Die Häufungen der Fitwahrscheinlichkeiten nahe Null (Abschnitt 3.3) sind noch nicht hinreichend erklärt. Möglicherweise sind die angegebenen Fehler auf die Jetparameter nicht korrekt oder unvollständig.
- Ein Test auf einem Datensatz mit anderen undetektierten Teilchen (z. B.  $e^+e^- \rightarrow u\bar{b}b\bar{u}$  mit Neutrinos aus leptonischen Zerfällen der b-Quarks bzw. der aus ihnen gebildeten Hadronen) steht noch aus.

Nicht behandelt wurden Ereignisse mit Photonen, die in den sensitiven Bereich des Detektors abgestrahlt werden. Diese Photonen führen nicht zu fehlenden Energien/Impulsen, sondern müssen als Teilchen, die nicht zu einem der Jets gehören, identifiziert werden.

Als Alternative zum vorgestellten pseudo-gemessenen Fitobjekt kann noch eine Photonberücksichtigung durch weiche Nebenbedingungen (Abschnitt 4.1) geprüft werden.

## Anwendung

Es wurde anhand der Unterscheidung von  $WW/ZZ$ -Paaren gezeigt, welche Auswirkungen die Berücksichtigung von Photonabstrahlung in kinematischen Fits hat. Das hier vorgestellte Photonfitobjekt kann jedoch genauso in kinematischen Fits für andere Analysen eingesetzt werden.

Die Möglichkeiten, die der geplante Detektor eröffnen soll, wurden in [2] anhand ausgewählter Analysen simulierter Ereignisse aufgezeigt, darunter der Zerfall des *Higgs*-Bosons ( $ZH \rightarrow q\bar{q}c\bar{c}$ ), die Bestimmung der *Chargino/Neutralino*-Massen und die Rekonstruktion von *Top-Quarks*. Alle diese Analysen können im Prinzip das Photonfitobjekt einsetzen, um die Ausbeute der kinematischen Fits zu erhöhen.



# Anhang A

## Herleitungen

### A.1 Reduzierte Schwerpunktsenergie

Es seien  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$  die Viererimpulsvektoren der einlaufenden Teilchen ( $e^+, e^-$ ) und

$\vec{e}_\gamma = \frac{1}{|\vec{p}_\gamma|} \vec{p}_\gamma$  der Einheitsvektor in Richtung des Photonimpulses. Im Laborsystem gilt

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \begin{pmatrix} \sqrt{s} - E_\gamma \\ -E_\gamma \vec{e}_\gamma \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Andererseits gilt  $(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 = s'$ . Daraus ergibt sich Gl. 2.6:

$$\begin{aligned} s' = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 &= \begin{pmatrix} \sqrt{s} - E_\gamma \\ -E_\gamma \vec{e}_\gamma \end{pmatrix}^2 \\ &= (\sqrt{s} - E_\gamma)^2 - E_\gamma^2 \\ &= s - 2\sqrt{s}E_\gamma \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

## A.2 Invariante 2-Jet-Masse als Funktion der Jetenergien

Die invariante 2-Jet-Masse  $m_{jj}$  ergibt sich folgendermaßen aus den Impulsen  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$  der beiden Jets:

$$\begin{aligned} m_{jj} &= (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 = \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{p}_2 + 2 \cdot \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 \\ &= m_1^2 + m_2^2 + 2 \cdot \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Da die invarianten Jetmassen  $m_1^2$  und  $m_2^2$  fixiert sind, hängt  $m_{jj}$  nur noch von den gemischten Termen ab. Nennt man den von  $\vec{p}_1$  und  $\vec{p}_2$  eingeschlossenen Winkel  $\alpha$ , gilt:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 &= \begin{pmatrix} E_1 \\ \vec{p}_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_2 \\ \vec{p}_2 \end{pmatrix} = E_1 \cdot E_2 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 \\ &= E_1 \cdot E_2 - \sqrt{E_1^2 - m_1^2} \cdot \sqrt{E_2^2 - m_2^2} \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Die Jetenergien liegen oberhalb von 5 GeV (Tab. 3.3), die Massen der Quarks jedoch nur bei einigen MeV [20] und können daher vernachlässigt werden. Dann vereinfacht sich die letzte Gleichung zu:

$$\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 = E_1 \cdot E_2 \cdot (1 - \cos \alpha) \quad (\text{A.5})$$

# Literaturverzeichnis

- [1] ILC Reference Design Report  
Volume 1: *Executive Summary*, arXiv:0712.1950v1 [physics.acc-ph],  
Volume 2: *Physics at the ILC*, arXiv:0709.1893v1 [hep-ph],  
Volume 3: *Accelerator*, arXiv:0712.2361v1 [physics.acc-ph],  
Volume 4: *Detectors*, arXiv:0712.2356v1 [physics.ins-det].
- [2] ILD Letter Of Intent (LOI), <http://www.ilcild.org/documents/ild-letter-of-intent>.
- [3] M. Thomson, *Measurements of the mass of the W boson at LEP*, Eur. Phys. J. **C33** 689 (2004).
- [4] Interactions.org - Particle physics, high energy physics, news and resources, <http://www.interactions.org/>.
- [5] A. Vogel, *The Coordinate System for LDC Detector Studies*, LC-DET-2005-009, 2005, <http://www-flc.desy.de/lcnotes/>.
- [6] SiD Letter Of Intent (LOI), <http://silicondetector.org/display/SiD/LOI>.
- [7] SiD Letter Of Intent (LOI), <http://www.4thconcept.org/loi.dwt>.
- [8] M. Thomson, *Progress with Particle Flow Calorimetry*, arXiv:0709.1360v1 [physics.ins-det].
- [9] B. List und J. List, *MarlinKinfit: An Object-Oriented Kinematic Fitting Package*, LC-TOOL-2009-001, 2009, <http://www-flc.desy.de/lcnotes/>.
- [10] F. Gaede, *Marlin and LCCD-Software tools for the ILC*, Nucl. Instrum. Meth. **A559** 177 (2006), <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2005.11.138>.

- [11] MarlinReco: [http://ilcsoft.desy.de/portal/software\\_packages/marlinreco/](http://ilcsoft.desy.de/portal/software_packages/marlinreco/).
- [12] R. Gastmans und Tai Tsun Wu, *The Ubiquitous Photon: Helicity Method for QED and QCD*, Clarendon Press, Oxford, 1990.
- [13] A. Chao und M. Tigner, *Handbook of Accelerator Physics and Engineering*, 2. Auflage, World Scientific, Singapur, 2002.
- [14] ILC Data Samples: [http://ilcsoft.desy.de/portal/data\\_samples/](http://ilcsoft.desy.de/portal/data_samples/)  
<http://confluence.slac.stanford.edu/display/ilc/Standard+Model+Data+Samples>.
- [15] W. Kilian *et al.*, *WHIZARD: Simulating Multi-Particle Processes at LHC and ILC*, arXiv:0708.4233 [hep-ph];  
M. Moretti *et al.*, *O'Mega: An Optimizing matrix element generator*, LC-TOOL-2001-040-rev, arXiv:hep-ph/0102195;  
W. Kilian, *WHIZARD Manual 1.0*, LC-TOOL-2001-039, <http://www-flc.desy.de/lcnotes/>.
- [16] MOKKA: <http://polzope.in2p3.fr:8081/MOKKA>.
- [17] S. Bethke *et al.*, *New jet cluster algorithms: Next-to-leading order QCD and hadronisation corrections*, Nucl. Phys. **B370** 310 (1992), [http://dx.doi.org/10.1016/0550-3213\(92\)90289-N](http://dx.doi.org/10.1016/0550-3213(92)90289-N).
- [18] W. Yan, *ZH → q $\bar{q}$ c $\bar{c}$  study with neural network*, ILD Workshop, Seoul, Korea (2009), <http://ilcagenda.linearcollider.org/materialDisplay.py?contribId=12&sessionId=5&materialId=slides&confId=3159>.
- [19] ROOT, Version 5.16: <http://root.cern.ch/>.
- [20] C. Amsler *et al.* (Particle Data Group), Phys. Lett. **B667**, 1 (2008).
- [21] S. Winitzki, *A handy approximation for the error function and its inverse*, lecture note, 2008, <http://homepages.physik.uni-muenchen.de/~Winitzki/erf-approx.pdf>.

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Der International Linear Collider (ILC). . . . .	9
2.1	Der International Large Detector (ILD). . . . .	12
2.2	Aufgabe eines Fitters. . . . .	16
2.3	Photonabstrahlung im Anfangszustand. . . . .	18
2.4	Energie- und Winkelspektrum der ISR-Photonen. . . . .	19
2.5	Schematische Darstellung des Pinch-Effekts. . . . .	20
2.6	Energiespektrum der Beamstrahlung und der Strahlenergie- verteilung. . . . .	21
3.1	Feynman-Diagramme des betrachteten Prozesses. . . . .	24
3.2	Schnittgrößen. . . . .	26
3.3	Summe der rekonstruierten Jetenergien. . . . .	28
3.4	Beispiel für Darstellung der Fitwahrscheinlichkeiten. . . . .	30
3.5	Beispiel für Darstellung der invarianten 2-Jet-Massen. . . . .	31
3.6	Fits mit unterschiedlichen Nebenbedingungen, „no $\cancel{E}$ “. . . . .	33
3.7	Fits mit unterschiedlichen Nebenbedingungen, „ $\cancel{E}$ “. . . . .	34
3.8	Fits mit unterschiedlichen Nebenbedingungen, vollständiger Datensatz. . . . .	35
4.1	Fehlende Energie minus fehlender Impuls (auf Generator-Ebene). . . . .	39
5.1	Fehlendes $p_z$ auf Generator-Ebene. . . . .	42
5.2	Vergleich der gefitteten Photonenergie mit der fehlenden Ener- gie auf Generator-Ebene (nur $p_z$ frei). . . . .	44
5.3	Fits mit und ohne Photon, „ $\cancel{E}$ “. . . . .	45
5.4	Fits mit und ohne Photon, „no $\cancel{E}$ “. . . . .	46
5.5	Fits mit und ohne Photon, vollständiger Datensatz. . . . .	47
5.6	Fehlendes $p_x, p_y$ auf Generator-Ebene. . . . .	48
5.7	Vergleich des gefitteten Photontransversalimpulses mit dem fehlenden Transversalimpuls auf Generator-Ebene. . . . .	49

5.8	Vergleich der gefitteten Photonenergie mit der fehlenden Energie auf Generator-Ebene ( $p_x, p_y, p_z$ frei). . . . .	50
5.9	$p_x, p_y$ fest kontra $p_x, p_y$ frei, vollständiger Datensatz. . . . .	51
5.10	$p_x, p_y$ fest kontra $p_x, p_y$ frei, „ $\mathbb{E}$ “. . . . .	52
5.11	$p_x, p_y$ fest kontra $p_x, p_y$ frei, „no $\mathbb{E}$ “. . . . .	53
5.12	Fehlendes $p_z$ auf Generator-Ebene mit Näherung durch Potenzfunktion. . . . .	57
5.13	$\chi^2$ -Beiträge für verschiedene Photonspektren. . . . .	58
5.14	Vergleich der gefitteten Photonenergie mit der fehlenden Energie auf Generator-Ebene (Näherung durch Potenzfunktion). . .	59
5.15	Gauß-Verteilung kontra Näherung durch Potenzfunktion, vollständiger Datensatz. . . . .	60
5.16	Gauß-Verteilung kontra Näherung durch Potenzfunktion, „ $\mathbb{E}$ “. . .	61
5.17	Gauß-Verteilung kontra Näherung durch Potenzfunktion, „no $\mathbb{E}$ “ . . . . .	62

# Tabellenverzeichnis

3.1	Nebenbedingungen in den kinematischen Fits. . . . .	25
3.2	Fehlerparametrisierung der Hadronen-Jets für $ \cos\theta  < 0.9$ . . .	25
3.3	Schnitte auf den Datensatz. . . . .	27
3.4	Definition der beiden Teildatensätze. . . . .	27
3.5	Ausgangssituation. . . . .	36
5.1	Vergleich der Photonparametrisierungen. . . . .	63
6.1	Vergleich der gewonnenen Ergebnisse mit der Ausgangssituation.	65



# Danksagung

Zum Schluss dieser Arbeit möchte ich allen danken, die zu ihrem Gelingen beigetragen haben. Das sind insbesondere diejenigen,

- die mich im vergangenen Jahr betreut haben,
- die diese Arbeit Korrektur gelesen haben,
- die mir unglaublich viele Fragen aller Art beantwortet haben,

aber auch diejenigen,

- die Interesse an meiner Arbeit gezeigt haben und mich durch meine Erklärungsversuche dazu gebracht haben, das Thema besser zu überblicken,
- die mir im Laufe des Studiums geholfen haben, bis hierhin zu kommen (Professoren, Assistenten und Mitstudenten).

# Selbstständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.